

## 研究速報

## LDPC 符号化 MIMO OFDM 球内復号方式の外側繰返し復号による特性改善の検討

ゲン レ コア<sup>†</sup> 石神 裕丈<sup>†</sup>(学生員)  
 岩波 保則<sup>†a)</sup>(正員) 岡本 英二<sup>†b)</sup>(正員)

A Consideration on the Improvement of LDPC Coded MIMO OFDM with Sphere Decoding through Outside Iterative Data Feedback

Le Khoa NGUYEN<sup>†</sup>, *Nonmember*,  
 Hirotake ISHIGAMI<sup>†</sup>, *Student Member*,  
 Yasunori IWANAMI<sup>†a)</sup>, and Eiji OKAMOTO<sup>†b)</sup>, *Members*

<sup>†</sup>名古屋工業大学大学院情報工学専攻, 名古屋市

Department of Computer Science and Engineering, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology, Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya-shi, 466-8555 Japan

a) E-mail: iwanami@nitech.ac.jp

b) E-mail: okamoto@nitech.ac.jp

あらまし 本論文では, LDPC 符号化 MIMO OFDM 方式において, 空間多重化された受信信号の分離検出法としての最ゆう判定法 (MLD) と球内復号法 (SD) を, BER 特性と演算量の観点から検討し, それらの比較を行った。また, BER 特性向上のため LDPC 復号器出力の信頼度の高いビット LLR 値を信号分離検出器に繰返し外側フィードバックする方式を提案した。

キーワード LDPC 符号, MIMO, OFDM, 球内復号法

## 1. まえがき

近年, 移動体通信において, 周波数利用効率の向上を実現できる MIMO (Multiple Input Multiple Output) 技術と, 直交周波数分割多重 (OFDM) を組み合わせた MIMO OFDM に関する研究が盛んに行われている。MIMO 技術では, 受信機において空間多重化された信号を分離検出する必要がある。この信号分離検出アルゴリズムとして MLD (Maximum Likelihood Detection) は最も良い BER 特性を得る手法として知られているが, その演算量は変調多値数  $M$  と送信アンテナ本数  $N_T$  に対し  $M^{N_T}$  と指数関数的に増加する問題がある。この MLD の特性を劣化させずに, その演算量を削減するアルゴリズムとして, ソート付き QR 分解を用いる SD (SD-SQRD: Sphere Decoding with Sorted QR Decomposition) [1] や, QR 分解と M-アルゴリズムを組み合わせた QRM-MLD (MLD with QR decomposition and M-algorithm) [2] などが提案されている。

一方, LDPC (Low Density Parity Check) 符号と

sum-product アルゴリズムを用いた復号法 [3], [4] は, AWGN 通信路におけるシャノン限界に迫る符号化, 復号法として, 注目されている。LDPC 符号は, 非常に疎な検査行列により構成される線形ブロック符号であり, 高性能誤り訂正符号として同じく注目を集めているターボ符号よりも, 様々な符号化率を容易に構成できる。また LDPC 符号は符号自体にインタリーバ構造をもつため, パースト誤りが発生しても, インタリーバなしで誤り訂正能力を保てる。

そこで, CRC (Cyclic Redundancy Check) 符号と LDPC 符号を併用した MIMO 空間多重システムにおける繰返し QRM-MLD 法 [2], あるいは, SD を適用したターボ符号化 MIMO-SDM の繰返し復号 [5] などが提案されている。ターボ復号器における繰返し復号は, ターボ復号器からの事後 LLR 値を用いて送信対数ゆう度を計算し, これを用いて MAP (Maximum A posteriori Probability) 復号を行い, 特性の改善を検討している。しかし, SD を適用した LDPC 符号化 MIMO OFDM において, LDPC 復号器出力の軟値のビット LLR (Log Likelihood Ratio) 値を繰返し外側フィードバックする方式は, まだ検討されていない。特に本論文で提案する外側フィードバックでは, LDPC 復号器出力のビット LLR 値から送信シンボルの軟値レプリカを生成し, これを用いて空間多重化された受信信号を分離検出する。また外側フィードバック時の信号分離検出では, MLD や SD を適用しないで送信信号のビット LLR 値を算出できる。よって, 外側繰返し復号時に MAP 復号を行う文献 [5] よりも計算量を削減できる。

本論文では LDPC 符号化 MIMO OFDM 受信機の信号分離検出アルゴリズムとして, MLD の BER 特性を劣化させずに演算量を削減できる SD 及びソート付き QR 分解を用いる SD (SD-SQRD) について, BER 特性と演算量の観点から比較を行った。また, LDPC 復号器から得られたビット LLR 値を受信機の信号分離検出器に繰返しフィードバックして, BER 特性の更なる改善を図った。この外側フィードバック法について, 硬判定値及び軟判定値によるフィードバックの 2 通りを提案した。

## 2. LDPC 符号化 MIMO OFDM 通信方式の送受信機構成

図 1 に LDPC 符号化 MIMO OFDM 通信方式の送受信機構成を示す。送信側では, 情報系列に LDPC 符号化を行い, 更に QPSK 変調した後, 直列並列変換

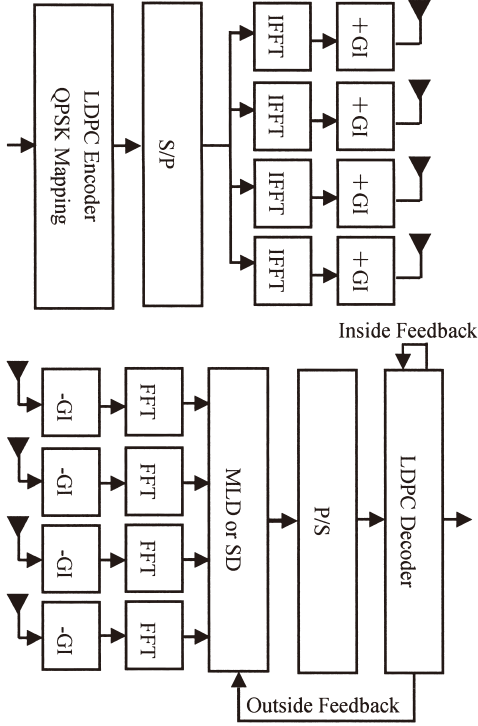


図1 LDPC符号化MIMO OFDM通信方式の送受信機構成図

Fig. 1 The transmitter and receiver model of LDPC coded MIMO OFDM.

(S/P: Serial-to-Parallel) する。この並列変換された信号を IFFT し、OFDM シンボルを生成する。その後、ガードインタバルを挿入し、各送信アンテナから空間多重化して送信する。受信側では、まず、ガードインタバルが取り除かれ、FFT により各サブキャリア信号を取り出す。各サブキャリア信号の信号分離検出処理は、MLD、SD あるいは SD-SQRD を用いて行う。この信号分離検出処理の出力として得られる軟出力 LLR 値を LDPC 復号器に受け渡し、LDPC 復号器では数十回の内側繰返し復号 (Inside feedback) により復号データビット系列を得る。更に、LDPC 復号器の出力を外側フィードバック (Outside feedback) することにより、信号分離検出用のより正確な MLD 用信号レプリカ生成を行う。この外側フィードバックについては 4. で述べるが、硬判定値と軟判定値によるフィードバックの 2 通りを提案する。

### 3. 受信機信号分離検出処理

#### 3.1 最ゆう判定法 (MLD)

MLD は優れた信号分離検出、BER 特性を有してい

るが、送信アンテナ数 (多重化ストリーム数)  $N_T$  及び変調多値数  $M$  の増加に伴って、その演算量が指数関数的 ( $M^{N_T}$ ) に増大する。すなわち、MLD で探索する信号点の組合せは  $M^{N_T}$  通りとなる。受信信号ベクトルが  $\mathbf{y}$  のとき、送信信号ベクトルが  $\mathbf{s}$  となる条件付き確率は

$$p(\mathbf{s}|\mathbf{y}) = p(\mathbf{y}|\mathbf{s})p(\mathbf{s})/p(\mathbf{y}) \quad (1)$$

で与えられる。ここで通常  $p(\mathbf{s}) = 1/M^{n_T}$  であるので、 $p(\mathbf{s}|\mathbf{y})$  を  $\mathbf{s}$  により最大化することは  $p(\mathbf{y}|\mathbf{s})$ 、すなわち

$$p(\mathbf{y}|\mathbf{s}) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{N_R} \exp[-\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2/(2\sigma^2)] \quad (2)$$

を  $\mathbf{s}$  により最大化することに等しい。これが MLD 基準である。

#### 3.2 球内復号法 (SD)

SD では、複素ユークリッド空間内で受信点を中心とした適当な半径をもっている球体を考え、この球体内で  $\arg \min_{\hat{\mathbf{s}}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{s}}\|^2$  を満足する信号を探索していく。まず、チャネル行列  $\mathbf{H}$  を次のように QR 分解する。

$$\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{s}}\| = \|\mathbf{Q}\mathbf{R}(\boldsymbol{\rho} - \hat{\mathbf{s}})\| = \|\mathbf{R}(\boldsymbol{\rho} - \hat{\mathbf{s}})\| \quad (3)$$

ただし、 $\mathbf{R}$  は上三角行列、 $\mathbf{Q}$  はユニタリ行列、 $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{H}^{-1}\mathbf{y} = [\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{N_T}]^T$  とする。また新たに、 $\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\rho} - \hat{\mathbf{s}} = \mathbf{s} + \mathbf{H}^{-1}\mathbf{n} - \hat{\mathbf{s}} = (\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}) + \mathbf{H}^{-1}\mathbf{n} = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{N_T}]^T$  と書き換え、適当な球体半径の 2 乗を  $C$  とし

$$\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{s}}\| = \|\mathbf{R}\boldsymbol{\xi}\| = \sum_{i=1}^{N_T} \left| r_{ii}\xi_i + \sum_{j=i+1}^{N_T} r_{ij}\xi_j \right|^2 \leq C \quad (4)$$

を満たす格子点  $\hat{\mathbf{s}}$  が球体内にあるとする。ここで、式 (4) と、式 (5) がすべての  $k = 1, \dots, n_T$  に対して成り立つことは同値である。

$$\left| r_{kk}\xi_k + \sum_{j=k+1}^{N_T} r_{kj}\xi_j \right|^2 \leq C - \sum_{i=k+1}^{N_T} \left| r_{ii}\xi_i + \sum_{j=i+1}^{N_T} r_{ij}\xi_j \right|^2 \quad (5)$$

SDでは、式(5)を満たす $\xi_i = \rho_i - \hat{s}$ を、 $i = N_T, N_T - 1, \dots, 2, 1$ の順番に選択し、式(4)を満たす $\hat{s}$ を求める。更に簡略化するため、 $g_{ii} = |r_{ii}|^2$ 、 $g_{ij} = r_{ij}/r_{ii}$ と定義すると

$$g_{kk} \left| \xi_k + \sum_{j=k+1}^{N_T} g_{kj} \xi_j \right|^2 \leq C - \sum_{i=k+1}^{N_T} g_{ii} \left| \xi_i + \sum_{j=i+1}^{N_T} g_{ij} \xi_j \right|^2 \quad (6)$$

が得られる。新たに $S_k$ と $D_k$ を式(7)及び(8)として定義する。すなわち $D_{n_T} = 0$ とし

$$S_{k-1} = \rho_{k-1} + \sum_{j=k}^{N_T} g_{k-1,j} \xi_j \quad (7)$$

$$D_{k-1} = \sum_{i=k}^{N_T} g_{ii} \left\| \xi_i + \sum_{j=i+1}^{n_T} g_{ij} \xi_j \right\|^2 = D_k + g_{kk} \|S_k - \hat{s}_k\|^2 \quad (8)$$

式(6)を $D_k$ と $S_k$ を用いて表すと、各 $\hat{s}_i$ に対して不等式

$$|\hat{s}_i - S_i|^2 \leq (C - D_i)/g_{ii} \quad (9)$$

が導かれる。式(9)を満たす $\hat{s}_i$ を、ステージ $i = N_T, N_T - 1, \dots, 2, 1$ の順に逐次求めていく。本論文では、単なるQR分解(QRD)でなくソート付きQR分解(SQRD) [6]を用いることによって、更に演算量を削減した。また、球体の初期半径は、 $C = \sqrt{\alpha}\sigma$ と決定する。ただし、 $\alpha$ は式(10)を満たすものである [7]。

$$\int_0^{2N_R\sigma^2\alpha} p(\xi) d\xi \geq 0.99 \quad (10)$$

ただし確率密度関数 $p(\xi)$ は、自由度 $2N_R$ 、平均値 $2N_R\sigma^2$ をもつ $\chi^2$ 分布に従う。本論文では、初期半径 $C = 1.6\sigma$ と設定した。

#### 4. 提案方式の外側フィードバック

QPSK変調された送信信号の候補 $\hat{s}_k(k = 1, \dots, N_T)$ を $\hat{s}_k = \hat{s}_k^{(b_1, b_2)}$ と表すと、 $\hat{s}_k^{(+1, +1)}$ 、 $\hat{s}_k^{(-1, +1)}$ 、 $\hat{s}_k^{(-1, -1)}$ 、 $\hat{s}_k^{(+1, -1)}$ の4種類が存在する。ここで、 $\hat{s}_k = \hat{s}_k^{(b_1, b_2)}$ は、受信機で $\mathbf{y}$ と $\mathbf{H}$ が与えられた場合、二乗距離 $\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{s}\|^2$ を最小にする $\hat{s} = (\hat{s}_1, \hat{s}_2, \dots, \hat{s}_k, \dots, \hat{s}_{n_T})^T$ の $k$ 番目の要素である。推定送信信号 $\hat{s}_k$ の1ビット目 $b_1$ に対するビット

LLR値は

$$\begin{aligned} LLR(b_1|_{\hat{s}_k}) &= \ln \left\{ \frac{p(\hat{s}|\mathbf{y})|_{\hat{s}_k^{(b_1=+1, b_2)}}}{p(\hat{s}|\mathbf{y})|_{\hat{s}_k^{(b_1=-1, b_2)}}} \right\} \\ &= \ln \left\{ \frac{p(\hat{s})p(\mathbf{y}|\hat{s})|_{\hat{s}_k^{(b_1=+1, b_2)}}}{p(\hat{s})p(\mathbf{y}|\hat{s})|_{\hat{s}_k^{(b_1=-1, b_2)}}} \right\} \\ &= \ln \left\{ \frac{p(\hat{s})|_{\hat{s}_k^{(b_1=+1, b_2)}}}{p(\hat{s})|_{\hat{s}_k^{(b_1=-1, b_2)}}} \right\} \\ &\quad + \ln \left\{ \frac{p(\mathbf{y}|\hat{s})|_{\hat{s}_k^{(b_1=+1, b_2)}}}{p(\mathbf{y}|\hat{s})|_{\hat{s}_k^{(b_1=-1, b_2)}}} \right\} \quad (11) \end{aligned}$$

と表せる。MLD、SDあるいはQRM-MLDを用いて推定された送信信号 $\hat{s}_k$ の各要素は互いに独立であるので、 $p(\hat{s}) = p(\hat{s}_1^{(b_1, b_2)}) \cdot p(\hat{s}_2^{(b_1, b_2)}) \cdots p(\hat{s}_k^{(b_1, b_2)}) \cdots p(\hat{s}_{n_T}^{(b_1, b_2)})$ と積の形に書ける。よって

$$\begin{aligned} LLR(b_1|_{\hat{s}_k}) &= \ln \left\{ \frac{p(\hat{s}_k^{(b_1=+1, b_2)})}{p(\hat{s}_k^{(b_1=-1, b_2)})} \right\} \\ &\quad + \ln \left\{ \frac{p(\mathbf{y}|\hat{s})|_{\hat{s}_k^{(b_1=+1, b_2)}}}{p(\mathbf{y}|\hat{s})|_{\hat{s}_k^{(b_1=-1, b_2)}}} \right\} \quad (12) \end{aligned}$$

ただし、式(12)の第1項は事前情報(Priori LLR)を示す。式(12)に式(2)を代入すると

$$\begin{aligned} LLR(b_1|_{\hat{s}_k}) &= \Lambda_{p(b_1|_{\hat{s}_k})} - \frac{1}{2\sigma^2} \left( \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{s}\|^2|_{\hat{s}_k^{(b_1=+1, b_2)}} \right. \\ &\quad \left. - \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{s}\|^2|_{\hat{s}_k^{(b_1=-1, b_2)}} \right) \quad (13) \end{aligned}$$

を得る。ただし、 $\hat{s}_k^{(b_1, b_2)}$ のビット $b_1|_{\hat{s}_k}$ 以外の $(\hat{s}_1^{(b_1, b_2)}, \hat{s}_2^{(b_1, b_2)}, \dots, \hat{s}_{k-1}^{(b_1, b_2)}, b_2|_{\hat{s}_k}, \hat{s}_{k+1}^{(b_1, b_2)}, \dots, \hat{s}_{n_T}^{(b_1, b_2)})$ の組合せは、LDPC復号器出力から得られた硬判定値あるいは軟判定値を用いる。同様に推定送信信号 $\hat{s}_k$ の2ビット目 $b_2|_{\hat{s}_k}$ に対するビットLLR値は、次式(14)のようになる。

$$\begin{aligned} LLR(b_2|_{\hat{s}_k}) &= \Lambda_{p(b_2|_{\hat{s}_k})} - \frac{1}{2\sigma^2} \left( \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{s}\|^2|_{\hat{s}_k^{(b_1, b_2=+1)}} \right. \\ &\quad \left. - \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{s}\|^2|_{\hat{s}_k^{(b_1, b_2=-1)}} \right) \quad (14) \end{aligned}$$

なお、式 (13) 及び式 (14) は QPSK に対する適用であるが、QPSK 以外の 16QAM や 64QAM などの多値変調方式についても、式 (13) 及び (14) と同様な方法でビット LLR を求めることができ、LDPC 復号器出力から得られた硬判定値あるいは軟判定値から  $\hat{s}_k$  を求め、外側フィードバックすることで本方式を適用することができる。

### 5. 計算機シミュレーション結果

計算機シミュレーションによりビット誤り率 (BER) 特性の評価を行った。送受信アンテナ本数を  $4 \times 4$  とし、符号化率が約  $1/2$  の  $(n, k) = (1024, 515)$  イレギュラー LDPC 符号を用いた。LDPC 復号器内の内側繰返し回数は 40 回もしくは 10 回とした。変調方式は QPSK とした。OFDM 信号のサブキャリア数=64, ガードインタバル長= $T/4$  ( $T$ : OFDM のシンボル長), 通信路は 1 [dB] 指数減衰で遅延時間間隔= $T/64$  の 12 パス準静的レイリーフェージング通信路 (遅延パスごと, アンテナ間ごとに独立) とした。図 2 に遅延プロフィールを示す。信号分離検出処理は MLD, SD 及び SD-SQRD を用いた。外側フィードバック回数は 0, 1, 2, 3 回 (図中では外側フィードバック回数を # を用いて表す) とした。シミュレーション結果を図 3, 図 4, 図 5 及び図 6 に示す。

図 3 は無符号化と LDPC 符号化 MIMO OFDM 方式の BER 特性を比較した結果である。図 3 より、MLD, SD 及び SD-SQRD がほぼ同等な BER 特性を示すことが分かる。また、LDPC 符号を用いることにより、無符号化時と比べ  $BER = 10^{-4}$  のとき、約 4.0 [dB] の符号化利得を得ることが分かる。

図 4 は MLD, SD 及び SD-SQRD 各方式にお

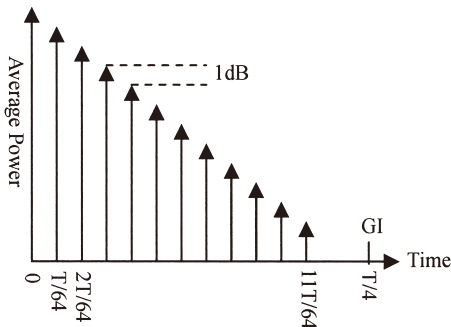


図 2 12 パス指数減衰準静的レイリーフェージング通信路の遅延プロフィール

Fig. 2 Delay profile of Quasi-static Rayleigh fading with 12 paths.

ける探索回数 (演算量) を比較した結果である。この場合は外側フィードバックをなしとした。図 4 より、 $MLD > SD > SD-SQRD$  の順で演算量をより少なく削減できることを確認した。

図 5 は提案した外側フィードバックの効果を示す。図 4 に示すように、各方式の BER 特性がほぼ同等のため、SD-SQRD の結果だけを示している。図 5 より、外側フィードバックがない場合と比べ、硬判定による外

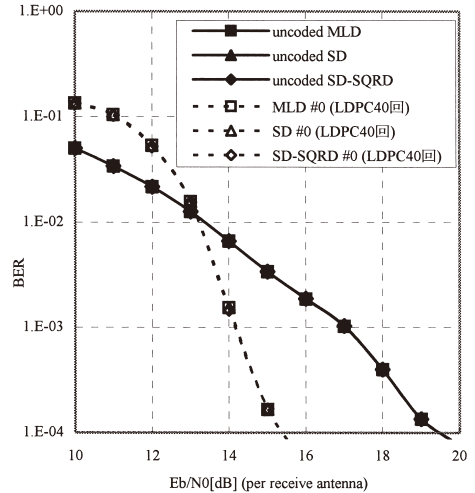


図 3 無符号化と LDPC 符号化 MIMO-OFDM 方式の BER 特性の比較 (外側繰返しフィードバックなしの場合)

Fig. 3 Comparison of BER characteristics between uncoded and LDPC coded MIMO-OFDM schemes. (without outside iterative feedback)

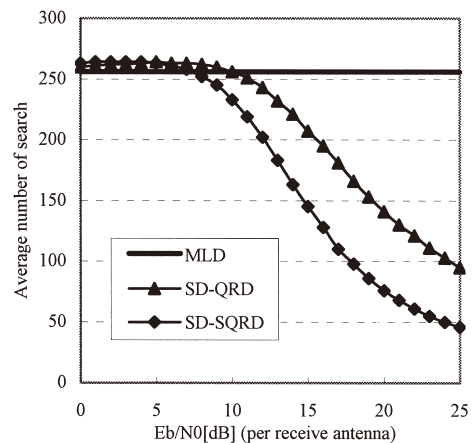


図 4 MLD, SD 及び SD-SQRD の各方式における探索回数の比較

Fig. 4 Comparison of decoding complexity among MLD, SD and SD-SQRD.

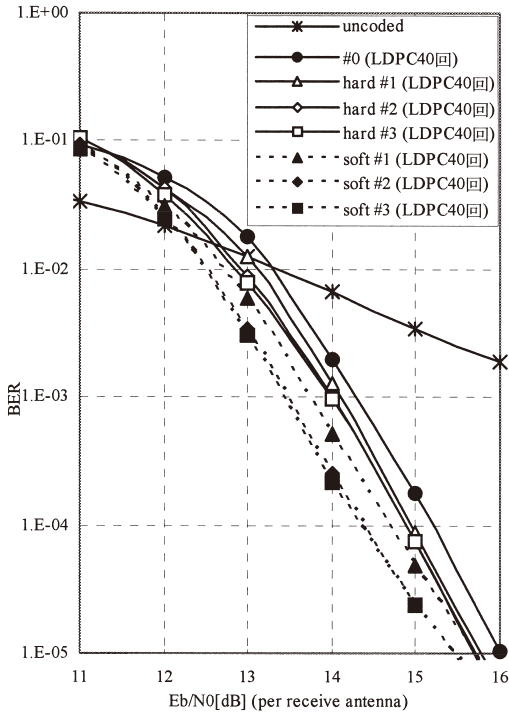


図 5 提案外側繰返しフィードバックの効果

Fig. 5 The effect of proposed outside iterative feedback.

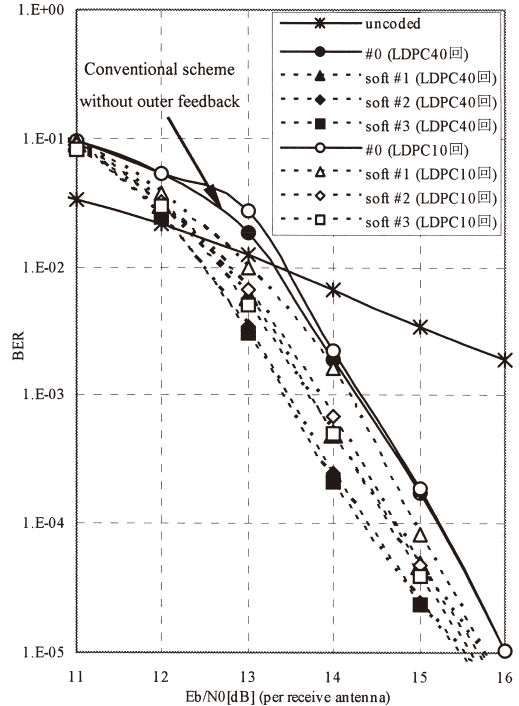


図 6 LDPC 復号回数を減らした場合の提案外側繰返しフィードバックの効果

Fig. 6 The effect of proposed outside iterative feedback with the reduced number of inner LDPC iteration.

側フィードバックを用いることで、BER = 10<sup>-4</sup> のとき約 0.3 [dB] の利得，軟判定による外側フィードバックを用いることで約 0.9 [dB] の利得を得られることが分かった．また，硬判定と軟判定による外側フィードバックとも，フィードバック回数は 2~3 回くらいで，BER 特性が収束する．

図 6 は，提案する外側フィードバックの効果を，LDPC 復号の内側繰返し回数を減らした場合において示している．図 6 より，LDPC 内側繰返し回数を 10 回とした場合でも，外側フィードバックを 2 回行うことで，外側フィードバックなしで LDPC 内側繰返し回数が 40 回より，ビット誤り率が良くなること分かる．すなわち繰返し外側フィードバックを用いる総回数 3 × 10 = 30 回の方が，外側フィードバックを用いない 1 × 40 = 40 回よりも良いビット誤り率を与え，外側フィードバックにより演算量を削減できることが分かる．また，総 LDPC 演算量を一定とした場合，内側繰返し回数を減らして外側フィードバック回数を増やす方が，内側繰返し回数を増やして外側フィードバック回数を減らすよりもビット誤り率特性

が向上すると考えられる．すなわち，総 LDPC 演算量を規定した場合にビット誤り率を最小にする最適な内側繰返し回数と外側フィードバック回数の組合せが存在すると考えられる．

## 6. むすび

LDPC 符号化 MIMO OFDM 受信機の信号分離検出アルゴリズムとして，MLD，SD 及び SD-SQRD について，BER 特性と演算量の観点から比較を行った．その結果，BER 特性をほとんど劣化させずに，MLD，SD，SD-SQRD の順で演算量を削減できることを確認した．また，LDPC 復号器から得られた硬判定値あるいは軟判定値をこれらの信号分離検出器に繰返し外側フィードバックして，BER 特性の更なる改善を図った．そして提案した軟判定値による外側フィードバックが最も効果的であることを明らかにした．

謝辞 本研究は，平成 19 年度科学研究費 17656124 及び国際コミュニケーション基金 (ICF) の各助成を受けて行われた．

## 文 献

- [1] 深谷崇元, 松本隆太郎, 植松友彦, “ソート付き QR 分解による sphere decoder の高速化,” SITA2003, pp.333–336, Dec. 2003.
- [2] 安達宏一, 中川正雄 “LDPC 符号化繰り返し Modified QRD-M 信号分離法,” 信学技報, RCS2006-61, July 2006.
- [3] R.G. Gallager, “Low density parity check code,” IRE Trans. Inf. Theory, vol.IT-8, pp.21–28, Jan. 1962.
- [4] 和田山正, “低密度パリティ検査符号とその符号法 LDPC (Low Density Parity Check Codes) 符号 / sum-product 復号法,” トリケップス, 2002.
- [5] 墨井健二, 西村寿彦, 大鐘武雄, 小川恭孝, “SD を適用したターボ符号化 MIMO-SDM の繰り返し復号における演算量削減に関する検討,” 信学技報, RCS2004-331, March 2005.
- [6] D. Wubben, R. Bohnke, V. kuhn, and K.D. Kammeyer, “MMSE extension of V-BLAST based on sorted QR decomposition,” Proc. IEEE VTC 2003-Fall, pp.508–512, Florida, USA, Oct. 2003.
- [7] H. Vikalo and B. Hassibi, “On the sphere-decoding algorithm I. Expected complexity,” IEEE Trans. Signal Process., vol.53, no.8, pp.2806–2818, Aug. 2005.  
(平成 19 年 3 月 26 日受付, 8 月 6 日再受付)