学術・技術論文

閉ループ柔軟カタパルトの静力学解析

山 田 篤 史*1 望 山 洋*2 藤 本 英 雄*1

Statics Analysis of the Robotic Catapults based on the Closed Elastica

Atsushi Yamada*1, Hiromi Mochiyama*2 *and* Hideo Fujimoto*1

In this paper, statics analysis is made for our proposed robotic catapults based on the closed elastica as a robotic element for generating motions with impulsive acceleration. The proposed robotic catapults are just bended elastic strips whose two ends are fixed to two rotational joints. By only driving rotational joints back and forth gradually in order to achieve snap-through buckling actively, we can easily obtain repeated impulsive motions of the elastic strip. However, the characteristic as the robotic element has not been clarified enough because the structure contains an elastic strip with large deformation. Our statics analysis for planar deformable type catapults shows as follows. From theoretical analysis, the shape of the elastic strip is stiffness independent and the actuator torque necessary to drive the rotational joint is proportional to the stiffness of the elastic strip. From numerical simulations, the proposed catapults have the structure that suppress the driving torque necessary to store elastic energy. Using these results, we can indicate a design guidelines for compact and powerful mobile robots moving briskly.

Key Words: Flexible Robot, Closed Link, Impulsive Motions, Buckling

1. は じ め に

自然界には，体の小さいノミ [1] やカメレオン [2] [3] から比較的大きなイルカ [4] などのように，重力の何十倍もの加速度を伴う瞬時高加速度運動を行うことができる生物が存在する．本研究の目的は，これらの生物のようなしなやかで俊敏な動作をロボットで実現することである．

近年，瞬時高加速度運動を実現するロボットがいくつか提案されている [5]～[8]．これらのロボットは，いずれも高度なロボット技術を用いて加速度運動を実現している．そこで我々は，インパルス状の瞬時高加速度運動を生成するための小型化しやすい簡単な構造のロボット要素として，柔軟閉ループ構造に基づくロボットカタパルトを提案した [9]．閉ループ柔軟カタパルトと名付けられたこのロボットカタパルトは，曲げた帯状柔軟物の両端を二つの回転関節に固定しただけの簡単な閉ループ機構であり，回転関節を駆動することで帯状柔軟物に生じる飛び移り座屈 (snap-through buckling) 現象を積極的に利用することで高加速度運動を生成するロボット要素である．飛び移り座屈は構造力学の分野ではよく知られた構造物の不安定現象の一つである．しかし，提案手法のように帯状柔軟物の大変形をロボット要素として積極的に利用した研究は Hirai ら [7] を除いてほとんどなく，その特性は十分解明されていない．構造力学の分野では飛び移り座屈の解析には有限要素解析が用いられているが，この解析手法は大きな計算パワーを必要とする [10]．Wakamatsu ら [11] は，紐状の柔軟物を操作する目的で変形する円柱状の柔軟物体モデルに対する解析手法を提案している．この手法は連続体の理論を用いているため，柔軟物体の変形形状を求めるためには有用である．しかし，提案した閉ループ柔軟カタパルトのように，帯状柔軟物の変形形状よりも変形により回転関節に生じるモーメントの変化のほうが重要である場合には解析が複雑になる．Goss ら [12] は振った紐状柔軟物の飛び移り座屈に関する実験結果と数値シミュレーション結果の比較を行っている．しかし彼らは，瞬時高加速度運動を生成するロボット要素としての飛び移り座屈の特性解析は行っていない．

本研究では，筆者らが提案している閉ループ柔軟カタパルトの静力学解析を行い，平面変形型閉ループ柔軟カタパルトに対して得られる以下の知見を示す．すなわち，理論解析により，帯状柔軟物の運動形状は剛性に依存しないこと，その結果，必要な駆動トルクは剛性に比例することを明らかにする．さらに数値シミュレーションにより，通常の直動ばねと異なり，閉ループ柔軟カタパルトがエネルギーを蓄えるために必要な駆動トルクを抑制する構造を持つことを明らかにする．これらの知見を利用して，コンパクトでパワフルな自立ロボットに対する設計指針を与える．本論文の構成は以下のとおりである．第 2 章では，様々なタイプの閉ループ柔軟カタパルトとその特徴を示す．

原稿受付 2007 年 5 月 19 日
*1 名古屋工業大学
*2 筑波大学
*1 Nagoya Institute of Technology
*2 University of Tsukuba
■ 本論文は学術性で評価されました．

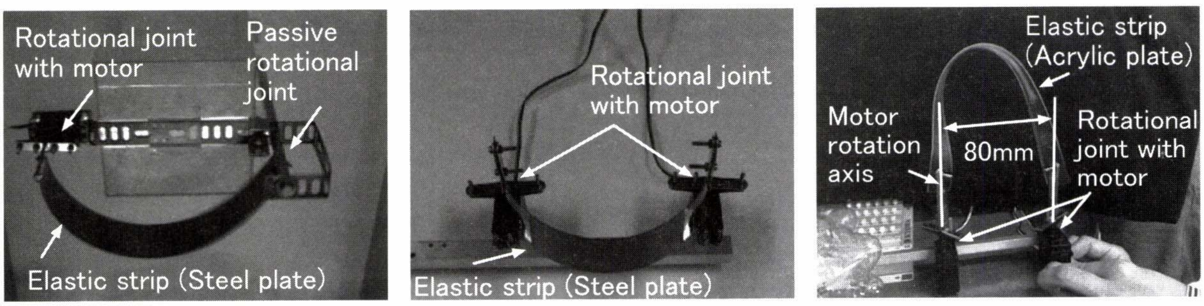
第3章では，閉ループ柔軟カタパルトの構成要素である帯状柔軟物を，三次元の直鎖リンクとして近似した力の釣り合い式を示す．第4章では，閉ループ柔軟カタパルトの静力学解析を行う．第5章では，数値シミュレーションにより閉ループ柔軟カタパルトが持つ構造を示す．

2. 閉ループ柔軟カタパルトのバリエーション

本研究で提案している閉ループ柔軟カタパルトの機構を **Fig. 1** に示す．Fig.1 (A) に片端駆動，Fig.1 (B) に両端駆動の平面変形型閉ループ柔軟カタパルトを示す．そして Fig.1 (C) に，空間変形型の閉ループ柔軟カタパルトを示す．これらに共通するメカニズムは次の通りである．閉ループ柔軟カタパルトは，帯鋼などの帯状柔軟物と二つの回転関節で構成される．帯状柔軟物の両端は二つの回転関節にそれぞれ固定されている．二つの回転関節の回転軸は平行であり，回転軸間の距離は帯状柔軟物より短い一定の長さに選ぶ．そのため初期状態ではアーチ形状をしている（Fig. 1）．この状態から回転関節をアクチュエータで駆動することによって，帯状柔軟物は弾性エネルギーを蓄えながら変形を開始する．そしてある形状になると帯状柔軟物は飛び移り座屈を生じ，初期形状とまったく異なる形状に急激に変形する．このとき，瞬時高加速度運動を得ることができる．提案した閉ループ柔軟カタパルトを用いて得られる瞬時高加速度運動は帯状柔軟物の飛び移り座屈を利用するため，座屈を発生させる駆動アクチュエータの速度が大きくても小さくても同じ運動を得ることができる．また，回転関節を一方向に回転させるだけで弾性エネルギーの貯蓄–放出を行うことができるため，蓄えられた弾性エネルギーを放出するための特別なトリガ機構を必要としない．**Fig. 2** にこれらの閉ループ柔軟カタパルトによる瞬時高加速度運動の連続写真を示す．すべてのタイプの閉ループ柔軟カタパルトは，帯状柔軟物の剛性と長さ，回転関節間の距離が設計パラメータである．次に，各タイプごとのメカニズムの特徴を示す．

2.1 片端駆動の平面変形型閉ループ柔軟カタパルト

Fig. 2 (A) に示す片端駆動の平面変形型閉ループ柔軟カタパルトは，受動回転関節とモータに接続された能動回転関節から構成される．帯状柔軟物は，その長軸と関節の回転軸が直交するように回転関節に固定される．**Fig. 3** に示すように，能動回転関節をゆっくりと回転させると帯状柔軟物に曲げ変形が生じ，2次モードであるS字を寝かせた形状に変化する．そのまま能動関節を回転し続けるとある形状で帯状柔軟物に飛び移り座屈が発生し，帯状柔軟物の瞬時高加速度運動を得ることができる．また，飛び移り座屈が発生した直後に能動回転関節を逆向きに



(A) Active-passive type (B) Active-active type (C) Spatially deformable type

Fig. 1 Several types of robotic catapults based on the closed elastica

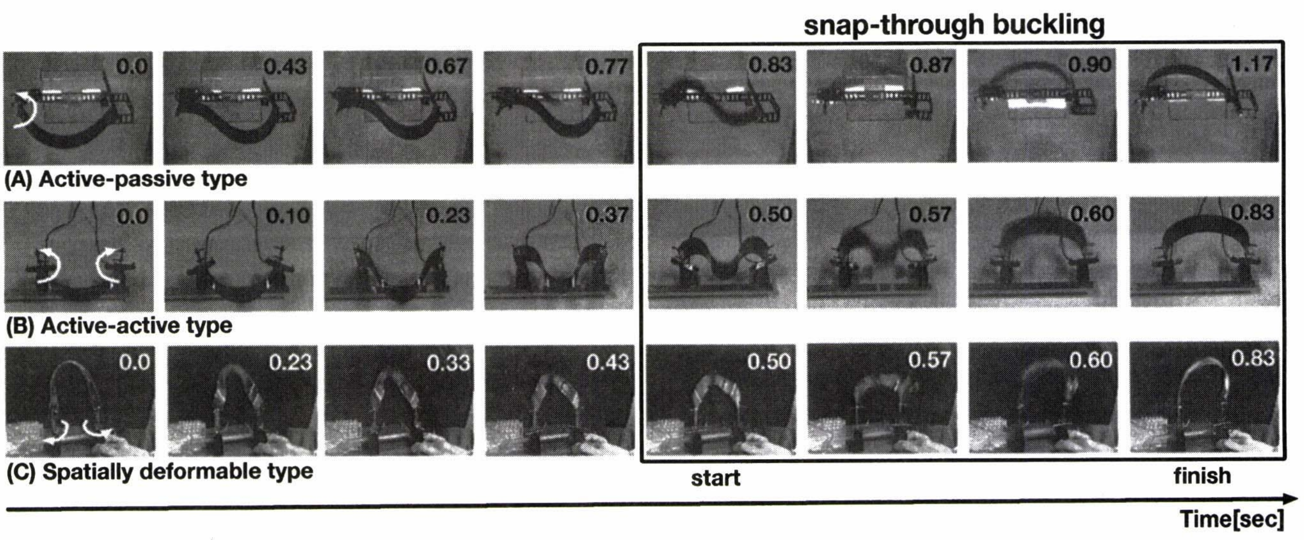


Fig. 2 A series of photos showing impulsive motions of the several types of the proposed robotic catapults based on the closed elastica

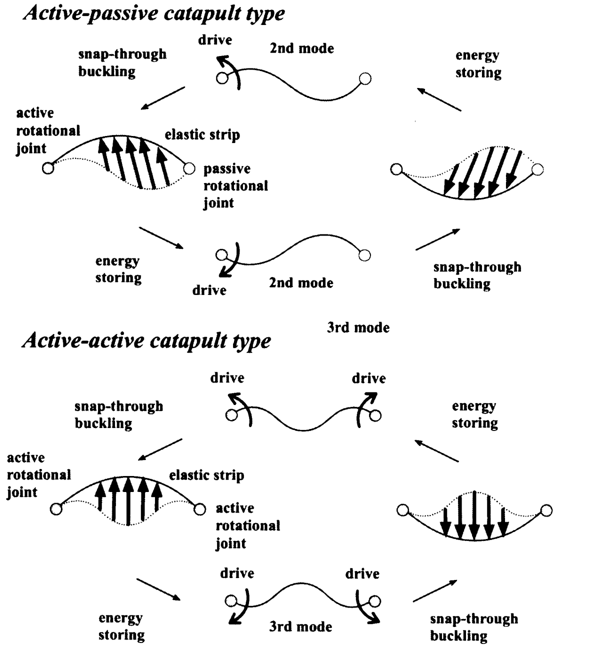


Fig. 3 Shape transitions of planar type robotic catapults based on the closed elastica and its impulsive motions. The shape in the 2^{nd} mode has two extrema and the shape in the 3^{rd} mode has three extrema

回転させることで，反対向きの瞬時高加速度運動を得ることができる．これを繰り返すことで瞬時高加速度運動を繰り返し得ることができる．筆者らはこのタイプの閉ループ柔軟カタパルトを利用した遊泳ロボットを提案している．詳細は文献 [9] に記す．

2.2 両端駆動の平面変形型閉ループ柔軟カタパルト

両端駆動の平面変形型閉ループ柔軟カタパルトは，Fig. 3 に示すように二つの能動回転関節をそれぞれ時計回りと反時計回りに同じ大きさだけ駆動する．帯状柔軟物は，その長軸と関節の回転軸が直交するように回転関節に固定される．両端の関節を回転していくと帯状柔軟物に曲げ変形が生じ，初期形状の 1 次モードから 3 次モードの M 字形状に変形する．そしてある形状になると帯状柔軟物に飛び移り座屈が発生し，初期形状とは異なる 1 次モードの形状に急速に変形する．このタイプも片端駆動型と同様に，飛び移り座屈が発生した直後に回転関節を逆向きに駆動することで，繰り返し瞬時高加速度運動を得ることができる．

2.3 空間変形型の閉ループ柔軟カタパルト

平面型の閉ループ柔軟カタパルトと異なり，帯状柔軟物の長軸と関節の回転軸を直交させないように接続することで，Fig. 2 に示す空間変形型の瞬時高加速度運動を得ることができる [13]．初期状態から両回転関節を駆動していくと，帯状柔軟物は曲げに加えて捩れの変形を生じる．すると図に示すように帯状柔軟物の中心位置が低くなりはじめる．そして帯状柔軟物の変形量が小さくなっていくが，そのまま回転関節を駆動していくとある形状で飛び移り座屈が生じ，まったく新しい形状に急激に変形する．

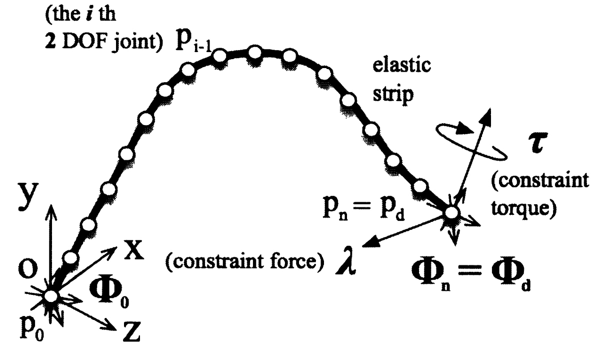


Fig. 4 3-dimensional serial-chain approximation

3. 柔軟閉ループ構造に基づくロボットカタパルトの三次元直鎖近似

本章では，閉ループ柔軟カタパルトのモデル化を行う．連続体である帯状柔軟物を，弾性を持つ各関節をリンクで接続した直鎖で近似する [13] [14]．空間型を含むすべての閉ループ柔軟カタパルトを表現できるように三次元直鎖近似モデルを求め，力の釣り合い式を導出する．

3.1 運動学

閉ループ柔軟カタパルトのモデルを **Fig. 4** に示す．各リンクは 2 自由度関節で直列に接続されるものとする．2 自由度関節は剛性を有する曲げと捩れで構成される．重力の影響を無視すると，i 番目のリンクの先端位置 $\boldsymbol{p}_i \in \Re^3$ およびリンク姿勢 $\boldsymbol{\Phi}_i \in SO(3)$ [15] は次式で与えられる．

$$\boldsymbol{p}_i = \boldsymbol{p}_{i-1} + l\boldsymbol{\Phi}_i \boldsymbol{e}_{\mathrm{x}}, \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\Phi}_i = \boldsymbol{\Phi}_{i-1}\boldsymbol{R}_{\mathrm{J},i}, \quad (2)$$

$$(i = 1, \cdots, n)$$

ここで n はリンク数，l は各リンク長さ，$\boldsymbol{e}_{\mathrm{x}} = [1\ 0\ 0]^{\mathrm{T}}$ は x 方向の単位ベクトルを表す．直鎖の根元位置 $\boldsymbol{p}_0 = \boldsymbol{0}$ であり，$\boldsymbol{\Phi}_0 \in SO(3)$ は直鎖根元の静止姿勢を表す．本モデルでは直鎖根元の姿勢 $\boldsymbol{\Phi}_0$ を変化させることが，原点に位置する回転関節をモータで駆動することに対応することに注意する．$\boldsymbol{R}_{\mathrm{J},i} \in SO(3)$ は第 i 関節の回転行列であり，次式で与えられる．

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{J},i} = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{x}}, \psi_i)\boldsymbol{R}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{z}}, \theta_i), \quad (3)$$

ここで $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{a}, \theta) \in SO(3)$ は，単位軸 $\boldsymbol{a}$ 回りに θ 回転させる回転作用を表す行列を示す．$\boldsymbol{e}_{\mathrm{z}} = [0\ 0\ 1]^{\mathrm{T}}$ は z 方向の単位ベクトルを表す．θ_i および ψ_i $(i = 1, \cdots, n)$ は，それぞれ第 i 関節の曲げ角度および捩れ角度を表す．基準座標軸からの曲げ角度 θ_0，捩れ角度 ψ_0 を用いると，直鎖根元の姿勢 $\boldsymbol{\Phi}_0$ は次式で与えられる．

$$\boldsymbol{\Phi}_0 = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{x}}, \psi_0)\boldsymbol{R}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{z}}, \theta_0). \quad (4)$$

関節の曲げ，捩れに関する弾性は，干渉がなく，各関節で一様であると仮定し，その弾性係数をそれぞれ k，s で表す．このとき，帯状柔軟物に蓄えられる弾性エネルギー K は次式で与えられる．

$$K(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\psi})=\frac{k}{2}\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta}+\frac{s}{2}\boldsymbol{\psi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\psi}, \tag{5}$$

ここで，$\boldsymbol{\theta}=[\theta_1 \cdots \theta_n]^{\mathrm{T}}\in\Re^n$，$\boldsymbol{\psi}=[\psi_1 \cdots \psi_n]^{\mathrm{T}}\in\Re^n$ である．一方，直鎖の手先の速度ベクトル $\dot{\boldsymbol{p}}_n$，角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}_n$ と関節速度 $\dot{\boldsymbol{\theta}}$，$\dot{\boldsymbol{\psi}}$ の関係は次式で与えられる．

$$\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{p}}_n\\ \boldsymbol{\omega}_n\end{bmatrix}=\boldsymbol{J}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{\theta}}\\ \dot{\boldsymbol{\psi}}\end{bmatrix}, \tag{6}$$

ここで $\boldsymbol{J}\in\Re^{6\times 2n}$ は，拘束力と拘束トルクを等価な関節トルクに変換するヤコビ行列であり，次式で与えられる．

$$\boldsymbol{J}=\begin{bmatrix}[\boldsymbol{a}_{\mathrm{b},1}\times](\boldsymbol{p}_n-\boldsymbol{p}_0) & \cdots & [\boldsymbol{a}_{\mathrm{b},n}\times](\boldsymbol{p}_n-\boldsymbol{p}_{n-1}) & [\boldsymbol{a}_{\mathrm{t},1}\times](\boldsymbol{p}_n-\boldsymbol{p}_0) & \cdots & [\boldsymbol{a}_{\mathrm{t},n}\times](\boldsymbol{p}_n-\boldsymbol{p}_{n-1})\\ \boldsymbol{a}_{\mathrm{b},1} & \cdots & \boldsymbol{a}_{\mathrm{b},n} & \boldsymbol{a}_{\mathrm{t},1} & \cdots & \boldsymbol{a}_{\mathrm{t},n}\end{bmatrix}. \tag{7}$$

$\boldsymbol{a}_{\mathrm{b},i}\in\Re^3$，$\boldsymbol{a}_{\mathrm{t},i}\in\Re^3$ はそれぞれ i 番目の関節の曲げおよび捩れの回転軸を表す単位ベクトルであり，次式で与えられる．

$$\boldsymbol{a}_{\mathrm{b},i}=\boldsymbol{\Phi}_{i-1}\boldsymbol{R}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{x}},\psi_i)\boldsymbol{e}_{\mathrm{z}} \tag{8}$$

$$\boldsymbol{a}_{\mathrm{t},i}=\boldsymbol{\Phi}_{i-1}\boldsymbol{e}_{\mathrm{x}}. \tag{9}$$

また，$[\cdot\times]$ は三次元ベクトルから歪対称行列を作る作用素であり，$\boldsymbol{v}:=[v_x\ v_y\ v_z]^{\mathrm{T}}\in\Re^3$ に対して次式で定義される．

$$[\boldsymbol{v}\times]:=\begin{bmatrix}0 & -v_z & v_y\\ v_z & 0 & -v_x\\ -v_y & v_x & 0\end{bmatrix}. \tag{10}$$

したがって，あるベクトル $\boldsymbol{w}$ に対する外積演算は次のように表記できる．

$$[\boldsymbol{v}\times]\boldsymbol{w}=\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{w}. \tag{11}$$

3.2 静力学

提案した閉ループ柔軟カタパルトの静的な力の釣り合い状況を，手先位置 $\boldsymbol{p}_n$ がある位置 $\boldsymbol{p}_d$ を，また手先姿勢 $\boldsymbol{\Phi}_n$ がある姿勢 $\boldsymbol{\Phi}_d$ をとるように，手先に拘束力 $\boldsymbol{\lambda}=[\lambda_1\ \lambda_2\ \lambda_3]^{\mathrm{T}}\in\Re^3$，拘束トルク $\boldsymbol{\tau}=[\tau_1\ \tau_2\ \tau_3]^{\mathrm{T}}\in\Re^3$ が作用しているとみなす．拘束姿勢 $\boldsymbol{\Phi}_d$ を満たすために拘束トルク $\boldsymbol{\tau}$ を加えることが，帯状柔軟物の手先側端点を固定した回転関節をモータで駆動することに対応する（Fig. 4）．仮想仕事の原理より，静的な状況において，帯状柔軟物の弾性ポテンシャルによる関節剛性トルクと拘束力 $\boldsymbol{\lambda}$ および拘束トルク $\boldsymbol{\tau}$ の間に次式が成り立つ．

$$\frac{\partial K}{\partial(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\psi})}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\lambda}\\ \boldsymbol{\tau}\end{bmatrix}=\boldsymbol{0} \tag{12}$$

$$\boldsymbol{p}_n=\boldsymbol{p}_d \tag{13}$$

$$\boldsymbol{\Phi}_n=\boldsymbol{\Phi}_d. \tag{14}$$

式（12）は弾性エネルギーの極値条件として理解することもできる．式（13），（14）はそれぞれ位置と姿勢に関する拘束条件を表す．拘束力 $\boldsymbol{\lambda}$，$\boldsymbol{\tau}$ は具体的には次式で与えられる．

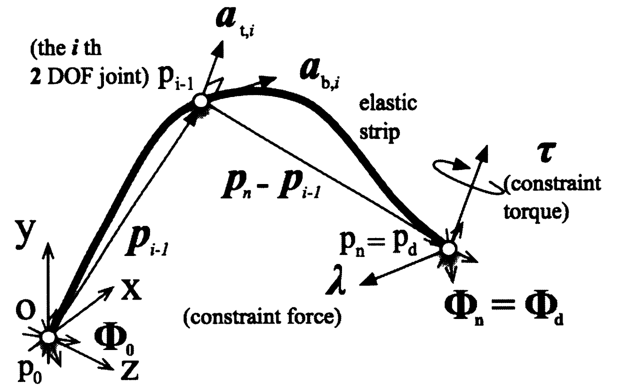


Fig. 5 The balance between the i^{th} 2 DOF joint stiffness and constraint force $\boldsymbol{\lambda}$ and constraint torque $\boldsymbol{\tau}$ in 3-dimensions

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\lambda}\\ \boldsymbol{\tau}\end{bmatrix}=\left(\boldsymbol{J}\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\right)^{-1}\boldsymbol{J}\begin{bmatrix}k\boldsymbol{\theta}\\ s\boldsymbol{\psi}\end{bmatrix}. \tag{15}$$

式（12）を各関節における各軸回りの力の釣り合い式に分割すると，次式を得る．

$$k\theta_i-\boldsymbol{a}_{\mathrm{b},i}^{\mathrm{T}}\{(\boldsymbol{p}_n-\boldsymbol{p}_{i-1})\times\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\tau}\}=0 \tag{16}$$

$$s\psi_i-\boldsymbol{a}_{\mathrm{t},i}^{\mathrm{T}}\{(\boldsymbol{p}_n-\boldsymbol{p}_{i-1})\times\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\tau}\}=0, \tag{17}$$

$$(i=1,\cdots,n)$$

式 (16)，(17) は，i 番目の関節の曲げ·捩れの剛性トルクが，曲げ·捩れの回転軸ベクトルに作用する手先の拘束トルク $\boldsymbol{\tau}$ と拘束力 $\boldsymbol{\lambda}$ がなすモーメントと釣り合うことを示している（**Fig. 5**）．直鎖近似モデルにおける閉ループ柔軟カタパルトの設計パラメータは，リンクの剛性 k，s，端点間の距離 $\boldsymbol{p}_d$ とリンク長さ $L=nl$ である．

4. 平面変形型閉ループ柔軟カタパルトのロボット要素としての特性解析

前章で求めた直鎖近似モデルを用いて，提案した平面変形型閉ループ柔軟カタパルトに対して静力学解析を行う．平面変形型閉ループ柔軟カタパルトの近似モデルは，次式に示す $\boldsymbol{\psi}=\boldsymbol{0}$ とした力の釣り合い条件式（16）の縮退表現で与えられる．

$$k\theta_i-\boldsymbol{e}_z^{\mathrm{T}}\{(\boldsymbol{p}_n-\boldsymbol{p}_{i-1})\times\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\tau}\}=0, \tag{18}$$

平面変形型では，直鎖の曲げに関する回転軸 $\boldsymbol{a}_{\mathrm{b},i}$ は式（8）より単位ベクトル $\boldsymbol{e}_z$ と一致する．また，式（4）より，θ_0 を変化させることが原点に位置する回転関節をモータで駆動することに対応する．

4.1 関節駆動トルクと帯状柔軟物の剛性 k の関係

提案した閉ループ柔軟カタパルトを用いた瞬時高加速度運動は，能動回転関節を駆動することで変形する帯状柔軟物の飛び移り座屈により生じる．飛び移り座屈は帯状柔軟物がエネルギー的に不安定な形状になることで発生するので，飛び移り座屈が生じる条件は次式で与えられる．

$$|\boldsymbol{H}|<0. \tag{19}$$

ここで $\boldsymbol{H} \in \Re^{n\times n}$ は $\boldsymbol{\psi}=\mathbf{0}$ とした弾性エネルギーの極値条件式（12）をさらに $\boldsymbol{\theta}$ で偏微分したHessian行列である†．平面変形型の弾性エネルギーの極値条件式は式（12），（15）より次式で与えられる．

$$\{\boldsymbol{I}-\boldsymbol{J}_b^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{J}_b\boldsymbol{J}_b^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{J}_b\}\boldsymbol{\theta}=0 \quad (20)$$

ここで $\boldsymbol{I} \in \Re^{n\times n}$ は単位行列を表す．$\boldsymbol{J}_b \in \Re^{4\times n}$ はヤコビ行列 $\boldsymbol{J}$ の縮退表現であり，$\boldsymbol{J}$ の曲げ変形に関する要素で構成される行列を表す．式（20）より，エネルギーの極値条件を満たす $\boldsymbol{\theta}$ は剛性 k に依存しないことが分かる．Hessian行列 $\boldsymbol{H}$ は式（20）を更に $\boldsymbol{\theta}$ で偏微分して求めるので，飛び移り座屈が生じる帯状柔軟物の形状もまた剛性 k に依存しない．この結果を用いて，更に以下の知見が得られる．直鎖の根元関節の駆動トルク τ_0 は，根元関節の剛性による復元力と等価であるので，

$$\tau_0=-k\theta_1 \quad (21)$$

が成り立つことに注意する．すると，帯状柔軟物の極値条件を満たす形状と飛び移り座屈が生じる形状は剛性に依存しないので，極値条件を満たす駆動トルク τ_0 は帯状柔軟物の剛性のみに比例する．よって，剛性の異なる帯状柔軟物を用いるとき，必要な駆動トルクは各帯状柔軟物の剛性のみから知ることができる．

4.2 帯状柔軟物の形状変化と駆動トルクの変化の関係

帯状柔軟物の形状と能動回転関節の駆動トルクとの関係を示す．まず，片端駆動型を考える．釣り合い条件式は $\boldsymbol{\tau}=0$ とした式（18），（13）で与えられる．直鎖の第1関節に関する力の釣り合い式は，式（18），（21）より次式で与えられる．

$$\tau_0=-x_d\lambda_2 \quad (22)$$

ここで x_d は直鎖の両端点間の距離であり $\boldsymbol{p}_d=[x_d\ 0\ 0]^{\mathrm{T}}$ を満たす（**Fig. 6**）．釣り合い式（22）は，根元関節トルク τ_0 と手先にかかる拘束力 λ_2 による根元関節の回転軸 $\boldsymbol{e}_z$ 回りのモーメントとの釣り合いを表す．一方，第 i 関節の角度 θ_i が零のとき，力の釣り合い式は次式で与えられる．

$$\boldsymbol{e}_z^{\mathrm{T}}\{(\boldsymbol{p}_n-\boldsymbol{p}_{i-1})\times\boldsymbol{\lambda}\}=0. \quad (23)$$

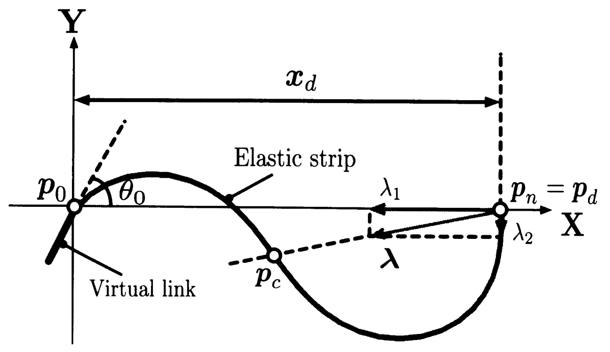


Fig. 6 The relation between shape of the elastic strip and constraint forces of an active-passive type robotic catapult

†Hessian行列の正定性から安定・不安定の境界点を見つけだす手法は，多指ハンドの把握安定性を考察する際によく用いられる [16] [17].

釣り合い式（23）は，拘束力ベクトル $\boldsymbol{\lambda}$ の向きが i 番目の関節から直鎖リンク先端までの位置ベクトル $(\boldsymbol{p}_n-\boldsymbol{p}_{i-1})$ の向きと一致することを表している．θ_i が零である関節は，直鎖で近似された帯状柔軟物の変曲点 $\boldsymbol{p}_c=[x_c\ y_c\ 0]^{\mathrm{T}}$ である．よって拘束力ベクトル $\boldsymbol{\lambda}$ の方向は，変曲点 $\boldsymbol{p}_c$ を常に指している．この関係をFig. 6に示す．図中のVirtual linkは，基準座標となす角度が θ_0 である直鎖根元の姿勢 $\boldsymbol{\Phi}_0$ を陽に表した仮想リンクである．よって式（22），（23）より y_c と λ_2 が比例するのであれば，帯状柔軟物の変曲点 $\boldsymbol{p}_c$ から関節駆動トルクの変化を知ることができる．

次に，両端駆動型の場合を考える．釣り合い条件式は式（18），（13），（14）で与えられる．両端駆動型の二つの回転関節は，互いに反対方向に同じ角度だけ動かすので，次式が成り立つ．

$$\tau_3=-\tau_0. \quad (24)$$

$i=1$ のときの力の釣り合い式（18）に式（24）を代入すると，λ_2 は常に零となる．その結果，拘束力ベクトル $\boldsymbol{\lambda}$ はx軸と常に平行になる．一方，曲率が0の関節での力の釣り合い式は次式で与えられる．

$$y_c\lambda_1+\tau_3=0. \quad (25)$$

ロボットカタパルトは，回転関節間の距離 x_d が帯状柔軟物の長さに対して短いので，直鎖の先端に加えられる拘束力ベクトル λ のx方向成分 λ_1 は常に負である．拘束条件式（24），(25）より，両端駆動型の場合も片端駆動型と同様に，変曲点 $\boldsymbol{p}_c$ のy方向成分 y_c が駆動トルクの変化と関係する．

5. 数 値 計 算

前章では，平面変形型の閉ループ柔軟カタパルトを構成する帯状柔軟物の形状と拘束力ベクトルとの関係を示した．しかし直鎖を構成する各関節角度 θ_i，拘束力 $\boldsymbol{\lambda}$ と拘束トルク $\boldsymbol{\tau}$ の値は式（18），（13），（14）から解析的に求めることはできない．そこで本章では，数値シミュレーションを用いて帯状柔軟物の形状変化を求める．その際，拘束力ベクトルを可視化することで，駆動トルクの変化を示す．数値シミュレーションを行うために，次式で与えられる式（18）の漸化式表現を用いる．

$$\theta_1=\frac{1}{k}\boldsymbol{e}_z^{\mathrm{T}}\{\boldsymbol{p}_n\times\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\tau}\}, \quad (26)$$

$$\theta_{i+1}=\theta_i-\frac{1}{k}\boldsymbol{e}_z^{\mathrm{T}}\{(\boldsymbol{p}_i-\boldsymbol{p}_{i-1})\times\boldsymbol{\lambda}\}. \quad (27)$$
$$(i=1,\cdots,n)$$

式（13），（14），（26），（27）を用いて数値計算を行うことで，力の釣り合い条件を満たす直鎖の形状と拘束力ベクトルを求める．なお，漸化式はニュートン法により解を求めた．

5.1 帯状柔軟物の形状変化

力の釣り合い条件を満たす直鎖の形状変化を **Fig. 7** にスティック線図で示す．図には，飛び移り座屈が生じる直前の形状（snap-through buckling shape）に対する根元関節の姿勢（Virtual link）と拘束力ベクトル $\boldsymbol{\lambda}$ を示している．片端駆動の場合，拘束力ベクトル $\boldsymbol{\lambda}$ の方向が帯状柔軟物の変曲点 $\boldsymbol{p}_c$ を示している

ことが分かる．両端駆動の場合は，拘束力ベクトルの向きは常に水平である．拘束力ベクトルの変化を **Fig. 8**，**Fig. 9** にそれぞれ示す．第 2 章で述べたように，閉ループ柔軟カタパルトは瞬時高加速度運動を生成した後に能動回転関節を反対向きに駆

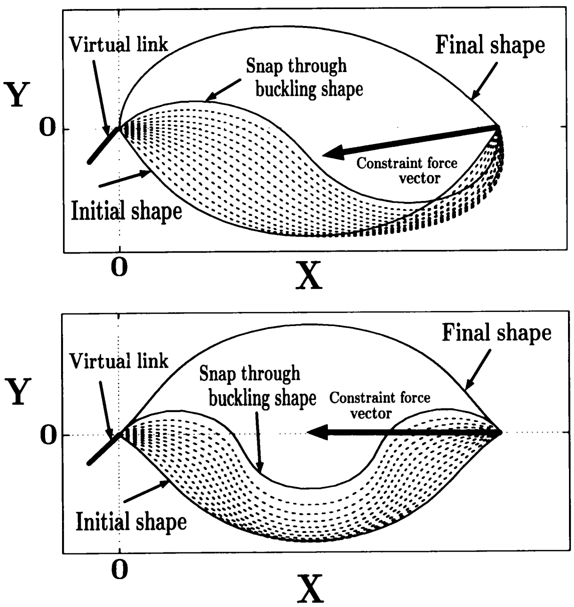


Fig. 7 Stick diagrams of the result of numerical simulations

動することで，再び瞬時高加速度運動を生成することができる．すなわち，ある $\mathbf{\Phi}_0(\theta_0)$ に対して二つの帯状柔軟物形状が存在する．図中の点線で示した曲線は，根元関節の姿勢 $\mathbf{\Phi}_0(\theta_0)$ に対するもう一つの直鎖の形状を表す．片端駆動の場合には，帯状柔軟物はアーチ型の初期形状から 2 次モードである S 字を寝かせた形状に変化するので，変曲点 $\boldsymbol{p}_c$ が根元関節から帯状柔軟物の中心に向かって変化していく．このとき拘束力 $\boldsymbol{\lambda}$ の x 方向成分 λ_1 の大きさとともに y 方向成分 λ_2 の大きさが増加するので，根元関節の力の釣り合い式（22）より駆動トルクの大きさは増加する．しかし，さらに $\mathbf{\Phi}_0(\theta_0)$ を変化させると帯状柔軟物全体が y 軸の正の向きに移動し始めるので，減少していた y_c が増加し λ_2 の大きさが減少する．よって飛び移り座屈が生じる前に駆動トルクは減少する（Fig. 8）．

両端駆動の場合には，帯状柔軟物はアーチ型の初期形状から 3 次モードである M 字形状に変化するので，2 箇所ある変曲点 $\boldsymbol{p}_c$ は根元位置と手先位置から帯状柔軟物の中心位置に向かって変化していく．しかし，さらに $\mathbf{\Phi}_0(\theta_0)$ を変化させると帯状柔軟物全体が y 軸の正の向きに移動し始めるので，y_c は減少し始める．一方，拘束力ベクトルの x 方向成分 λ_1 は，Fig. 9 より変曲点 $\boldsymbol{p}_c$ が帯状柔軟物の中心に向かっているときは単調増加する．よって，式（24），（25）より，飛び移り座屈が生じる前に駆動トルクは減少する．この結果から，平面変形型閉ループ柔軟カタパルトは片端駆動型，両端駆動型共に帯状柔軟物の変曲点の動きから駆動トルクの変化を知ることができる特徴があ

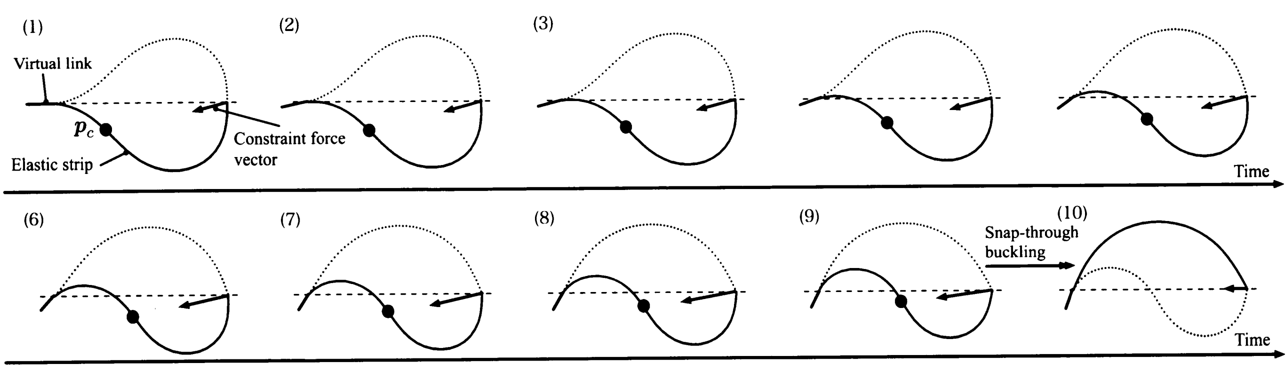


Fig. 8 Deformation of the serial-chain and visualization for the constraint force of the active-passive type robotic catapult

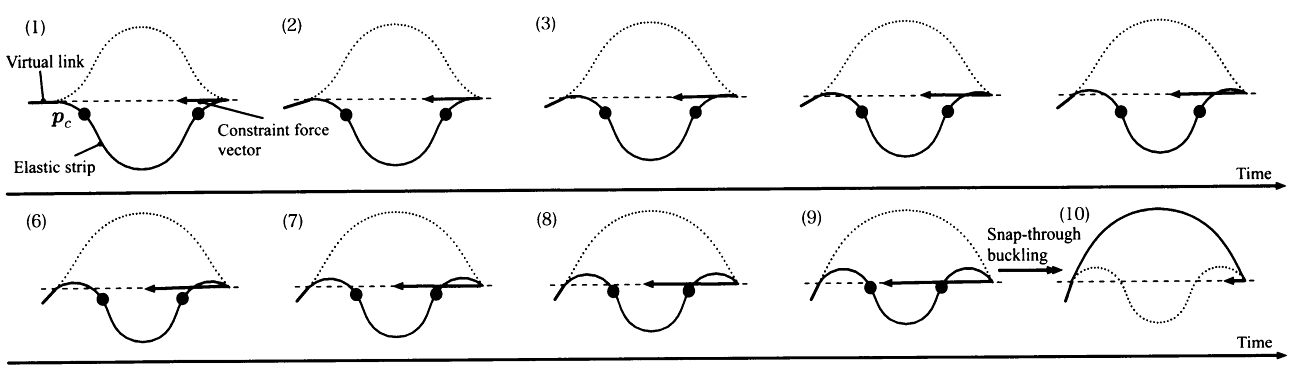


Fig. 9 Deformation of the serial-chain and visualization for the constraint force of the active-active type robotic catapult

ると言える．

5.2 閉ループ柔軟カタパルトのトルク抑制構造

端点間の距離 x_d とリンク長さ L の比 x_d/L を固定して，帯状柔軟物の弾性係数 k を変化させたときの θ_0 に対する拘束力 λ_2 と弾性エネルギーの変化を示す．片端駆動型の結果を **Fig. 10**，**Fig. 11** にそれぞれ示す．片端駆動のとき，飛び移り座屈による拘束力のジャンプ現象が生じた直後から θ_0 の変化に対して拘束力 λ_2 は増加していくが，飛び移り座屈が生じる前に減少している．これは，駆動トルクが飛び移り座屈が生じる前に減少することを表す．それに対して弾性エネルギーは，飛び移り座屈が生じた直後から次の飛び移り座屈が生じるまで単調増加している．次に両端駆動型の結果を示す．両端駆動型における手先側駆動トルク τ_3 の変化と弾性エネルギーの変化を **Fig. 12**，**Fig. 13** にそれぞれ示す．図より，飛び移り座屈が生じる前に手先側の駆動トルク τ_3 が減少している．よって，根元位置の駆動トルクも減少する．弾性エネルギーは，片端駆動型と同様に飛び移り座屈が生じた直後から次の座屈直前まで単調増加している．もし直動ばねと同様にエネルギーを蓄えるための駆動トルクが単調増加するなら，飛び移り座屈が生じる形状のとき駆動トルクは最大値をとる．ゆえに，本研究で提案している閉ループ柔軟カタパルトは，帯状柔軟物にエネルギーを蓄えるために必要な能動回転関節の駆動トルクを抑制する構造を持つと言える．また，第4章で示したように，いずれの剛性の場合でも，飛び移り座屈が生じるときの θ_0 は変化していないことが確認できる．

5.3 平面変形型閉ループ柔軟カタパルトの設計指針

帯状柔軟物の剛性 k を固定して，端点間の距離と帯状柔軟物の長さの比 x_d/L を変化させた場合の片端駆動型における拘束力 λ_2 と弾性エネルギーの変化を **Fig. 14**，**Fig. 15** に示す．図より，x_d/L を変化させると，駆動トルクが最大となる形状が変化することが分かる．また，飛び移り座屈が発生する帯状柔軟物の形状も変化するので，蓄えられる弾性エネルギーも変化し

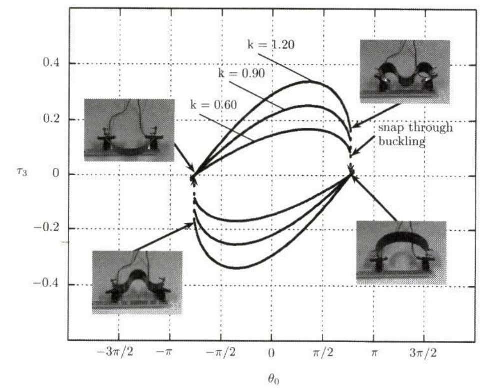


Fig. 12 θ_0 vs constraint torque τ_3 with variable k of the active-active type

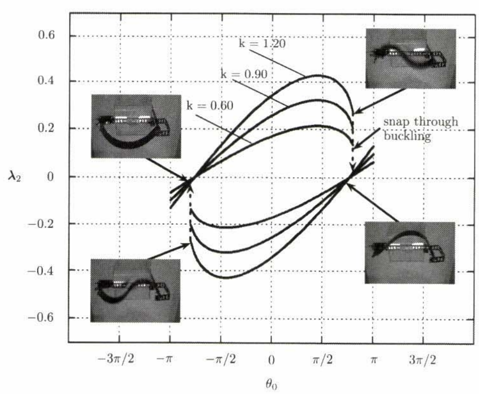


Fig. 10 θ_0 vs constraint force λ_2 with variable k of the active-passive type

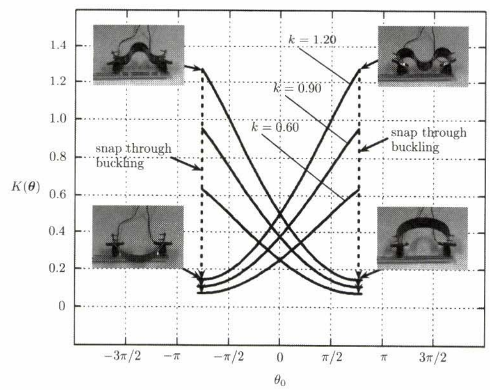


Fig. 13 θ_0 vs energy $K(\theta)$ with variable k of the active-active type

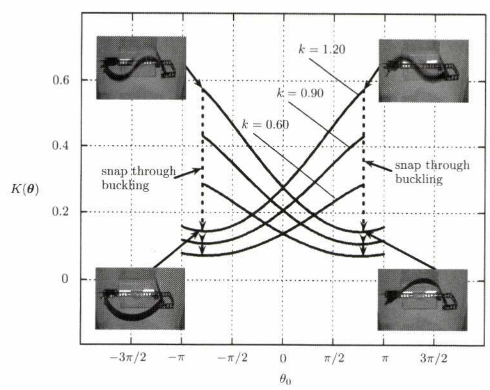


Fig. 11 θ_0 vs energy $K(\theta)$ with variable k of the active-passive type

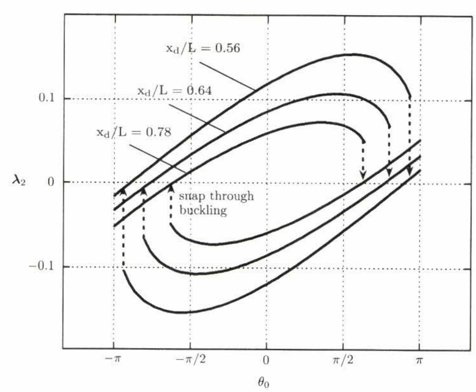


Fig. 14 θ_0 vs constraint force λ_2 with variable x_d/L of the active-passive type

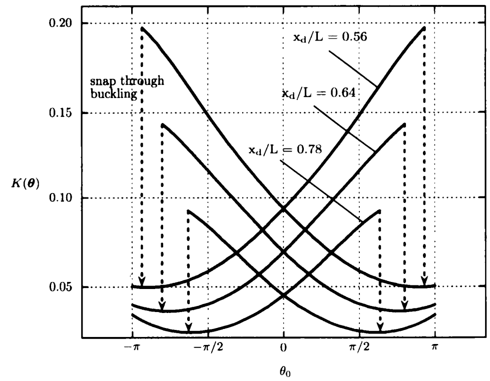


Fig. 15 θ_0 vs energy $K(\theta)$ with variable x_d/L of the active-passive type

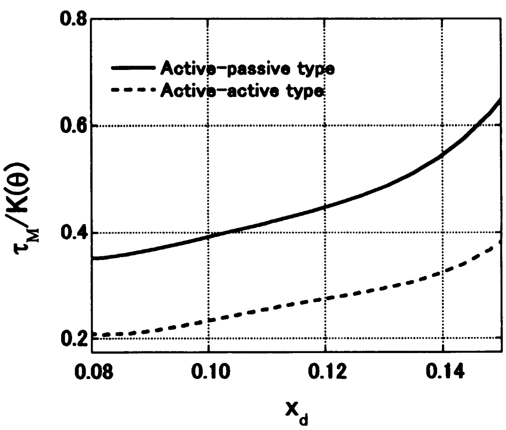


Fig. 16 Energy efficiency against the distance x_d

ている．そこで，$L = 90$ [mm] としたときの x_d に対する駆動トルクの最大値 τ_M と蓄えられる弾性エネルギーを調べた．結果を **Fig. 16** に示す．これより，x_d/L が小さい程，小さい駆動トルクでより大きな弾性エネルギーを得られることが分かる．しかし，x_d/L を十分小さくすると，飛び移り座屈を発生させるまでに多くの時間を必要とする．また，x_d/L を小さくすると，飛び移り座屈が発生するまでの帯状柔軟物の形状が大きく変化するため，高加速度を与える対象物に接触している帯状柔軟物の形状が重要になる場合には注意が必要である．

これまで得られた知見から，帯状柔軟物の剛性 k と，端点間距離 x_d と帯状柔軟物の長さ L は互いに独立に設計することができるので，閉ループ柔軟カタパルトの設計指針は次のように非常にシンプルに与えることができる．すなわち，まず初めに，小さい駆動トルクで瞬時高加速度運動に必要な弾性エネルギーを蓄えられるように，目的のタスクが実行できるような，できるだけ小さな x_d/L を選ぶ．次に，より大きな弾性エネルギーを蓄えるために，アクチュエータが発生できる最大駆動トルクで駆動できる剛性の帯状柔軟物を用意する．

いったん，端点間距離 x_d と帯状柔軟物の長さ L を決めてしまえば，飛び移り座屈が生じる形状とエネルギーの極値条件を満たす帯状柔軟物の形状は変化しない．また，駆動トルクと帯状柔軟物の剛性には比例関係があるので，アクチュエータに対して望ましい剛性の帯状柔軟物を比較的容易に選ぶことができる．さらに閉ループ柔軟カタパルトは，弾性エネルギーを蓄えるための駆動トルクを抑制する構造を持つので，質量の大きいエネルギー源を搭載することが困難な小型の自立ロボットで瞬時高加速度運動を実現する際に有用だと考えられる．

6. おわりに

本研究では，インパルス状の瞬時高加速度運動を生成するためのロボット要素として筆者らが提案している閉ループ柔軟カタパルトの静力学解析を行った．静力学解析の結果，平面型閉ループ柔軟カタパルトに対して次の知見が得られた．理論解析により，帯状柔軟物の運動形状は剛性に依存しないこと，その結果，必要な駆動トルクは剛性に比例することを明らかにした．さらに数値シミュレーションにより，通常の直動ばねと異なり，閉ループ柔軟カタパルトがエネルギーを蓄えるために必要な駆動トルクを抑制する構造を持つことを明らかにした．これらの知見を利用して，コンパクトでパワフルな自立ロボットに対する設計指針を与えた．

本稿で行った解析結果を用いて，飛び移り座屈が発生する駆動関節の角度を求めることで，ロボットカタパルトの瞬時高加速度の発生タイミングをコントロールすることができる．しかし，アクチュエータを動的に動かした場合には，帯状柔軟物の慣性の影響により，静力学解析の結果と異なる可能性がある．ただし，飛び移り座屈が発生する直前は，変形開始直後と比べると大きな駆動トルクが要求され，駆動速度が小さくなるので，帯状柔軟物に飛び移り座屈が発生するタイミングはアクチュエータをゆっくり駆動したときとほとんど変わらないと考えられる．この点については今後更に検討する必要がある．また，ひずみ計測によって理論の妥当性を調べていくことも今後の課題である．さらに，超柔軟物に対するマニピュレータの理論 [18]～[20] を基にして，閉ループ柔軟物に対する理論の構築を目指す．

参考文献

[1] H.C. Bennet-Clark and E.C.A. Lucey: “The jump of the flea: a study of the energetics and a model of the mechanism,” J. Exp. Biol., vol.47, pp.59–76, 1967.
[2] J.H. de Groot and J.L. van Leeuwen: “Evidence for an Elastic Projection Mechanism in the Chameleon Tongue,” Proc. Royal Society of London, B-271, pp.761–770, 2004.
[3] U.K. Muller and S. Kranenbarg: “Power at the Tip of the Tongue,” Science, vol.307, pp.217–218, 2004.
[4] F.E. Fish, A.J. Nicastro and D. Weihs: “Dynamics of the aerial maneuvers of spinner dolphins,” J. of Experimental Biology, vol.209, pp.590–598, 2006.
[5] M. Kaneko, M. Higashimori, R. Takenaka, A. Namiki and M. Ishikawa: “The 100G Capturing Robot—Too Fast to See—,” IEEE/ASME Transactions on Mechatoronics, vol.8, no.1, pp.37–44, 2003.
[6] F. Kikuchi, Y. Ota and S. Hirose: “Basic Performance Experiments for jumping Quadruped,” Proc. of the 2003 IEEE/RSJ Int. Conf. on Inteligent Robots and Systems (IROS03), pp.3378–3383, 2003.
[7] Y. Sugiyama, A. Shiotsu, M. Yamakita and S. Hirai: “Circular/Spherical Robots for Crawling and Jumping,” Proc. of the 2005 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA05), pp.3606–3611, 2005.

[8] 田中，広瀬："球車輪ジャンプロボット Airhopper の開発　第 2 報 車輪推進型跳躍動作の実現"，ロボティクス・メカトロニクス講演会'06 講演論文集，1A1-D28, 2006.

[9] 望山，江崎，渡，藤本："閉ループ柔軟カタパルトによるインパルス型遊泳ロボット"，ロボティクス・メカトロニクス講演会'07 講演論文集，2P1-A09, p.4, 2007.

[10] K. Suzumori, T. Maeda, H. Watanabe and T. Hisada: "Fiberless Flexible Microactuator Designed by Finite-Element Method," IEEE/ASME Trans. on Mechatronics, vol.2, no.4, pp.281–286, 1997.

[11] H. Wakamatsu, E. Arai and S. Hirai: "Knotting/Unknotting Manipulation of Deformable Linear Objects," International Journal of Robotics Research, vol.25, no.4, pp.371–395, 2006.

[12] V.G.A. Goss, G.H.M. van der Heijden, J.M.T. Thompson and S. Neukirch: "Experiments on Snap Buckling, Hysteresis and Loop Formation in Twisted Rods," Experimental Mechanics, vol.45, pp.101–111, 2005.

[13] 山田，望山，藤本："空間型閉ループ柔軟カタパルト"，ロボティクス・メカトロニクス講演会'07 講演論文集，2P1-A08, 2007.

[14] 山田，望山，藤本："閉ループ柔軟カタパルト機構の解析"，第 7 回計測自動制御学会制御部門大会（CCS2007）講演論文集，2007.

[15] R.M. Murray, Z. Li and S.S. Sastry: A Mathematical Introduction to ROBOTIC MANIPULATION. CRC Press, Inc., 1994.

[16] 金子："多指ハンドにおけるパラレルメカニズム"，日本ロボット学会誌，vol.10, no.6, pp.739–744, 1992.

[17] 横井，金子，谷江："パラレルリンクアームのダイレクトコンプライアンス制御（第 2 報）"，日本機械学会論文集，C 編，vol.55, no.515, pp.1690–1696, 1989.

[18] H. Mochiyama and T. Suzuki: "Kinematics and Dynamics of a Cable-like Hyper-flexible Manipulator," Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA03), pp.3672–3677, 2003.

[19] H. Mochiyama and H. Fujimoto: "Robotic Manipulation of a Hyper-flexible Body," Preprints of the 16th IFAC World Congress, Tu-E19-To/6, 2005.

[20] H. Mochiyama and H. Fujimoto: "Damping Manipulation of a Hyper-flexible String-like Robot," Preprints of the IFAC 3rd Workshop on Lagrangian and Hamiltonian Methods for Nonlinear Control, pp.221–226, 2006.

山田篤史（Atsushi Yamada）

2001 年名古屋工業大学工学部第 II 部機械工学科卒業．2003 年名古屋工業大学大学院工学研究科情報工学専攻博士前期課程修了．同年より博士後期課程進学，現在に至る．柔軟物を用いたロボティクスの研究に従事．（日本ロボット学会学生会員）

藤本英雄（Hideo Fujimoto）

1970 年名古屋大学工学部機械工学科卒業．現在，名古屋工業大学教授，ものづくりテクノセンター長，理化学研究所研究員（併任）．医学工学や感性の工学，ロボティクスなどに興味を持つ．工学博士．ASME 最優秀論文賞など多数受賞．スケジューリング学会会長，SICE 常務理事，文科省科学技術学術審議会文化資源委員会委員．愛知県ものづくり人材育成協議会座長，SICE 中部支部支部長など歴任．日本機械学会フェロー・評議員．（日本ロボット学会正会員）

望山　洋（Hiromi Mochiyama）

1993 年早稲田大学理工学部電気工学科卒業．1995 年同大学理工学研究科修士課程電気工学専攻修了．1998 年北陸先端科学技術大学院大学情報科学研究科博士後期課程修了．同年同大学助手．1999 年防衛大学校機械工学教室助手．2000 年同校機械システム工学科講師．2003 年名古屋工業大学機械工学科トヨタ自動車寄附講座助教授．2007 年筑波大学大学院システム情報工学研究科准教授．現在に至る．柔軟ロボット学の研究に従事．計測自動制御学会，日本機械学会，日本神経科学学会，IEEE, Society for Neuroscience 会員．博士（情報科学）．（日本ロボット学会正会員）