圧縮機の吐出用リード弁における開き遅れ挙動の計算* (弁変形-ガス流れ-油膜流れ連成計算のためのモデル化)

吉住 文太^{*1}, 近藤 靖裕^{*1}, 諸井 隆宏^{*2}, 玉野 真司^{*3}, 森西 洋平^{*3}

Calculation for the Opening Delay of a Discharge Reed Valve in Compressors (Coupled Calculation Model of Valve Deformation-Gas Flow-Oil Film Flow)

Fumitaka YOSHIZUMI^{*1}, Yasuhiro KONDOH, Takahiro MOROI, Shinji TAMANO and Yohei MORINISHI

> ^{*1} Toyota Central R&D LABS., INC. Yokomichi 41-1, Nagakute, Aichi, 480-1192 Japan

The opening delay of a discharge reed valve for compressors caused by the oil film in the clearance between the reed and the valve seat is investigated. The coupling calculation model which consists of the reed deformation, the gas flow and the oil film flow is developed. The two-dimensional reed deformation is expressed by expanding natural modes that are obtained by the finite element method using shell elements. The gas flow is expressed by the thermodynamic model under the assumption of the internal reversible process. The two-dimensional oil film pressure is obtained by solving numerically the Reynolds' equation through the finite volume method. In addition to the case in which cavitation in the oil film is not taken into account, two cavitation models are tested; the static cavitation model in which the bubble expansion is directly simulated. Comparisons between calculation results and the experimental result show that the dynamic cavitation model in which the oil film pressure can fall to the absolute negative (tensile in the liquid) is required to reproduce accurately the opening delay time in the experiment.

Key Words : Compressor, Valve, Cavitation, Coupling Problem, Thermodynamics, Elastic Deformation, Oil Film

1. 緒 言

近年,燃費規制の強化とともに,自動車の空調機用圧縮機においても効率向上が強く望まれており,その損失 低減が課題となっている.自動車の空調機で広く用いられる容積型圧縮機の損失は,ボア内の冷媒ガス圧力が吐 出圧力より高くなる状態(以下,「過圧縮」)によって大きく増長される.過圧縮の原因は,吐出用リード弁の開 き遅れおよび弁絞り部における冷媒ガスの流動抵抗である.中でも,前者の開き遅れは過大な過圧縮を引き起こ す恐れがあり,損失低減のためには,まず開き遅れを小さくすることが重要である.開き遅れが小さい弁諸元を 設計するには,弁諸元と開き遅れの関係およびそのメカニズムを明らかにする必要がある.

開き遅れは,主としてリード(弁体)と弁座の狭いすき間に形成される冷凍機油の油膜のスクイズ作用(ここでは,二面が離れる負のスクイズ作用)により生じる.著者らは,開き遅れを対象としたモデル実験により,油膜の可視化とリード変形の計測を同時に行った⁽¹⁾.その結果,リードの二次元の弾性変形による油膜厚さの増加, および油膜内にキャビテーションと推定される気泡の発生を観察し,これらが油膜破壊すなわち開弁の契機であると推定した.しかし,計測自体が開弁挙動に影響を及ぼす懸念から,油膜圧力までは計測していない.開き遅れ挙動のメカニズムをさらに明確に理解するには,油膜圧力を含めて計算で現象を予測する手法が望まれる.

^{*} 原稿受付 2013年4月22日

^{*1} 正員,(株)豊田中央研究所(〒480-1192 愛知県長久手市横道41番地の1)

^{*2} 正員 , (株)豊田自動織機 コンプレッサ事業部

^{*3} 正員,名古屋工業大学 大学院工学研究科

E-mail: fyoshi@mosk.tytlabs.co.jp

弁の開き遅れ挙動は油膜圧力とリードの運動(弾性変形)との連成問題となり,油膜圧力は油膜厚さおよびその時間変化率に依存するスクイズ作用に支配される.負のスクイズ作用においては,油膜圧力が低下してキャビ テーションが発生することがあり^{(2)~(4)},その発生前に油膜圧は絶対負圧となることが報告されている⁽²⁾.計算モ デルを構築するにあたっては,これらリードの弾性変形-油膜圧力間の連成挙動および油膜内に発生するキャビ テーションの影響を考慮する必要がある.

リードの弾性変形 - 油膜圧力間の連成挙動のモデル化に関しては, リードの弾性変形を梁モデルで扱い, 油膜 圧力を解析解等に基づく簡便なモデルで扱った計算例^{(5)~(11)}がある.このうち, 実機を用いた実験と比較を行っ た例では, 複数の運転条件の下でボア内の過圧縮量について実験と対応する計算結果を得ている⁽⁶⁾⁽¹¹⁾.しかし, リード - 弁座間の接触面形状等の弁諸元および圧縮機の回転数等の動作条件に対する開き遅れ挙動をリードの弾 性変形 - 油膜圧力間の連成挙動に関連付けて予測するには, 板としてのリードの二次元変形と, 油膜圧力の二次 元分布が得られるより詳細なモデルが望まれる.

油膜に発生するキャビテーションのモデル化に関しては,すべり軸受を対象として,ギュンベル条件やレイノルズ条件(Swift-Stieber 条件)と呼ばれる大気圧や油の蒸気圧を圧力下限値とするモデルを始め,キャビテーション領域の周方向上下流の両側で質量保存を満たすように油膜の圧力分布を決定するモデル^{(12) ~ (14)}などが提案されている.また,二面の相対すべりがない純粋なスクイズ油膜に生じるキャビテーションについて,離れる二円盤を対象として圧力が最も下がる円盤中心に生じる空洞を考慮したモデル⁽³⁾⁽¹⁵⁾がある.以上のモデルではキャビテーション領域の圧力をある一定値に仮定するが,キャビテーションで生じる気泡(以下,「キャビテーション気泡」あるいは「気泡」)の成長を直接考慮して圧力を求めた計算例もある⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾. Natsumeda ら⁽¹⁶⁾はすべり軸受の油膜を対象に,Geike ら⁽¹⁷⁾は二面が離れる純粋なスクイズ油膜を対象に,それぞれ気泡成長と油膜圧力を連成させた計算を行い,油膜内における絶対負圧の発生を表現している.このように,質量の連続性あるいは気泡成長を考慮することでキャビテーションを含む油膜の圧力分布を求めるモデルが提案されている.しかし,いずれのモデルの計算例においても,油膜を挟む二面については剛体面を仮定しており,面の弾性変形までは考慮されていない.また,扱われている油膜の厚さは最小でも10 µm 以上であり,表面粗さに接近するような薄い油膜(本報では 1 µm 前後)ではない.

本研究では,キャビテーションの発生を考慮した 1 µm 前後の油膜の二次元の圧力分布,リードの二次元の弾 性変形,およびボア内のガス圧力を連成させて開き遅れ現象を予測する時刻歴計算を試みる.とくに,キャビテ ーションについては,油膜に発生する絶対負圧に関連して,一定の圧力下限値を仮定するモデル(=レイノルズ 条件,以下,「静的キャビテーションモデル」と呼ぶ)とキャビテーション気泡の成長を直接考慮するモデル(以 下,「動的キャビテーションモデル」と呼ぶ)を比較する.本報では,試みた連成計算モデルの詳細,ならびに計 算結果としてボア圧力,弁変位,およびシール部油膜圧力の時刻歴を示す.油膜圧力の二次元分布やリード変形 等の結果の詳細については続報⁽¹⁸⁾で述べる.

 A_c:薄い油膜を介してリードと弁座が接触する面(以下,「接触面」)の面積(以下,「接触面積」)

 A_p:リード弁の開口面積

 A_{p1}:電磁弁のポート面積

 A_{p2}:中間チャンバー - ボア間絞りの断面積

 [C]:リードの減衰マトリックス

 C_d:リード弁の流量係数

 C_{d0}:電磁弁の低圧源側ポートの流量係数

 C_{d1}:電磁弁の高圧源側ポートの流量係数

 C_{d2}:中間チャンバー - ボア間絞りの流量係数

- c_g :油中の溶存ガスの比熱
- c_{oil}:油の比熱

記

号

 $D_{p}: リード弁のポート径$ $F_{g}: リードに作用するガス力 (F_{g}=F_{gp}+F_{gsteady} + F_{gunsteady}, {F_{g}} k離散化した力ベクトル.)$ $F_{gj}^{*}: リードのモード j に作用する一般化ガス力$ $F_{gp}: リードに作用するポート部差圧による力$ $F_{gsteady}: リードに作用する定常ガス力$ $F_{gunsteady}: リードに作用する非定常ガス力$ $\{F_{oil}\}: 接触面に発生する油膜力[圧力差(P_{oil} - P_{o}) によ る力]を離散化した力ベクトル$ $F_{oilj}^{*}: リードのモード j に作用する一般化油膜力$ $f_{Q}(A_{p}): 弁および絞りにおける上下流圧力比の関数$ $f_{Q}'(A_{p}) = df_{Q}(A_{p})/dA_{p}$

- f_r(z_r):接触二面の各粗さ曲線の和の確率密度関数
- H:リードの板厚
- h:接触二面の各粗さの平均線の間の距離(以下,油 膜厚さ」, h = h₀ + δ)
- h₀:初期油膜厚さ
- \bar{h}_{T} :局所平均油膜厚さ
- J: リードの採用モード総数
- *j*:リードのモード番号
- [K]:リードの剛性マトリックス
- *l*_d: リードに作用する非定常ガス力の減衰長
- [M]: リードの質量マトリックス
- M_j^* : リードのモード j の一般化質量
- *m*₀:中間チャンバーから低圧源に流れるガス流れの質量流量
- *m*₂:中間チャンバーからボアに流れるガス流れの 質量流量
- m_g: 気泡1個あたりの気泡内のガス質量
- \dot{m}_{g} : m_{g} の時間変化率
- mg0:気泡1個あたりの気泡内の初期ガス質量
- *m*_v:ボアから吐出側に流れるガス流れの質量流量
- N:接触面の単位面積あたりの気泡個数
- *P*₁:中間チャンバー内圧力
- *P*_b: ボア内圧力
- *P*_{b0}: ボア内初期圧力(低圧源圧力)
- *P_{cav}*: レイノルズ条件で用いるキャビテーション域の 油膜圧力
- Pcavonset: 気泡成長が始まる油膜圧力
- *P*g: 気泡内ガス圧力
- Pg0:気泡内ガス初期圧力
- PH: Plesset-Heish の条件式
- P_o:吐出圧力
- Poil:油膜圧力
- P_{sup}:高圧源圧力
- *P*_v:油の飽和蒸気圧
- Q,: ポート中心を中心とする極座標の半径方向の油の体積流量
- $\{q\}$: リードの一般化変位ベクトル
- q_i : リードのモード j の一般化変位
- *R_a*: ガスの気体定数
- r:ポート中心を中心とする極座標の半径方向座標
- r_b:気泡半径(気泡と同体積の球の半径)
- r_{b0}: 気泡初期半径
- r_{bmin}:気泡半径の下限値
- *T*₁:中間チャンバー内温度

- *T_b*: ボア内温度 T_a: 気泡内ガス温度 T_{a0}:気泡内ガス初期温度 $t:時間(P_b=P_oの時点を原点とする.)$ tbonset: 気泡成長が始まる時刻 (Poilt = tbonset = Pcay onset) tvop:3ポート電磁弁のポート切り替えに要する時間 t_{vs}:3ポート電磁弁のポート切り替えの開始時刻 *u*_v: リード弁縮流部の非粘性ガス流速 V₁:中間チャンバーの容積 V_b:ボアの容積 V_{eoil}:初期にポート縁に付着した油の総体積 V_g: 気泡1個の体積 $v_{r,f} = \dot{r}_{bf}$:ローパスフィルター処理後の気泡半径の 時間変化率 {*X*}: リードの変位ベクトル *x*: リードの長手方向座標 v:リードの幅方向座標 z: リードの面外方向座標 zr: 接触二面の各粗さ曲線高さ(平均線高さを0,谷 方向を正)の和 *α*:油膜ボイド率 α_{max} :油膜ボイド率の上限値 β:油膜体積変化の液体分率 Γ:油中の溶存ガスの拡散係数 *γ*: ガスの比熱比 Δt:計算における時間刻み δ : リードの面外 (z 方向) 変形量 (t=0 で δ =0.) δ:ポート中心域で平均したリードの面外変形量(ポ ート中心を中心とする径 ø5 mm 範囲の平均) *c_r*:接触二面の各粗さ曲線の標準偏差の二乗和平方 根(合成表面粗さ) ζ: ローパスフィルターの減衰比 ζ_i : リードのモード *j* のモード減衰比 *n*:油の粘度 *Q*: リード弁から吐出するガス流れの角度(弁リフ トの方向:0, 弁座面の方向: $\pi/2$) κ_b:気泡の表面膨張粘性係数 A_n: 弁および絞りにおける上下流圧力比 Ava: 電磁弁のポート切り替わり率 λ_{oil} :油の熱伝導率 *v_{ab}*:気泡内ガスのポリトロープ指数 *ξ*: リード弁の速度係数
- ρ :液相と気相を合わせた油膜の平均密度
- ρ_1 :中間チャンバーのガス密度
- ho_b :ボアのガス密度
- ho_g : 気泡内のガス密度

$ ho_{g0}$:気泡内の初期ガス密度	$\phi_{\!$
$ ho_o$:吐出側のガス密度	ϕ_y :粗さを考慮した油膜の y 方向の圧力流量係数
$ ho_{\scriptscriptstyle oil}$:油の密度	$\chi_{\!\scriptscriptstyle g}$:油中に溶存するガス体積割合 (溶存ガスを摘出
$ ho_{\scriptscriptstyle sup}$:高圧源のガス密度	した際のガスの油に対する体積比)
$arrho_{\!g\!0}$:油中の溶存ガスの初期濃度	ψ: ポート中心を中心とする極座標の周方向座標
$arrho_{\!\scriptscriptstyle g\!\scriptscriptstyle s\!\!\!s}$:気泡表面における溶存ガスの濃度	ω_{f} :ローパスフィルターの角周波数
σ:油 - ガス界面の表面張力	ω_{j} :リードのモード j の固有角振動数
$[\varPhi]$: リードのモーダルマトリックス ($[\varPhi]$ = $[{\varPhi}_1]$,	$[]^{^{T}}:$ 転置行列を表す.
$\{ {{m \varPhi}_2} \},, \{ {{m \varPhi}_J} \}]$)	:時間微分を表す(実質微分).
$\{ \boldsymbol{\varPhi}_{j} \}$:リードのモード j のモードベクトル	': 関数の微分(導関数)を表す.

2. 計算モデルと計算手法

既報のモデル実験⁽¹⁾との比較検証のため,実験装置系を対象に連成モデルを構築する.計算モデルの全体図, および連成状況を図1に示す.リード変形,ガス管路流れ,および油膜流れの各系についてそれぞれモデル化を 行い,それら三つの系を連成させた時刻歴応答計算を行う.以下に各系のモデル化と連成手法を示す.

2・1 リード変形のモデル化

従来の研究^{(5) ~ (11)}ではリードが梁要素でモデル化されていたが,著者らのモデル実験により板としての変形挙動が認められた⁽¹⁾.そのため,本研究では,板としての二次元変形を表現するため,リードを有限要素法のシェル要素でモデル化する.境界条件として,図1に示すように根元側固定端の条件を与える.離散化されたリードの運動方程式は以下[式(1)]のように表され,計算負荷軽減のため,これにモード法を適用する[式(2)].

$$[M] \{ \ddot{X} \} + [C] \{ \dot{X} \} + [K] \{ X \} = \{ F_g \} + \{ F_{oil} \}$$
(1)

$$\{X\} = [\boldsymbol{\Phi}][q\} \quad \{\dot{X}\} = [\boldsymbol{\Phi}][\dot{q}\} \quad \{\ddot{X}\} = [\boldsymbol{\Phi}][\ddot{q}\} \tag{2}$$

モード法を採用するため,変形について線形性を仮定することになるが,本研究で対象とする開弁前の開き遅れ 挙動における変形量はリード長さの 1/100 程度であり,線形性がほぼ成立すると考えられる.式(2)を式(1)に代入 して左から[の]^Tをかけると,モードの直交性より式(1)は,以下のような固有モードごとに独立した運動方程式に 分解される.ただし,減衰マトリックス[C]についても直交性が近似的に成り立つものとした.

$$M_{j}^{*}\ddot{q}_{j} + 2\zeta_{j}\omega_{j}M_{j}^{*}\dot{q}_{j} + \omega_{j}^{2}M_{j}^{*}q_{j} = F_{gj}^{*} + F_{oilj}^{*} \quad (j = 1, 2, 3, ..., J)$$
(3)

$$M_{j}^{*} = \{ \boldsymbol{\Phi}_{j} \}^{T} [M] \{ \boldsymbol{\Phi}_{j} \}, \quad F_{gj}^{*} + F_{oilj}^{*} = \{ \boldsymbol{\Phi}_{j} \}^{T} (\{ F_{g} \} + \{ F_{oil} \}) \quad (j = 1, 2, 3, ..., J)$$

$$\tag{4}$$

式(3)の時間積分法については,一般化 α 法⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾を用い,数値減衰の強さを表すパラメータである $\Delta t/T_n$ (T_n : 系の固有周期)のときのスペクトル半径 ρ^s を ρ^s =0とする.式(3)で求められた各モードの一般化変位 q_j ,一般化速度 \dot{q}_j ,および一般化加速度 \ddot{q}_j を式(2)に代入して実変位,実速度,および実加速度を求める.

2・2 ガス管路流れおよびガス力のモデル化

2・2・1 ガス管路流れのモデル化

開弁後の流動損失を精度良く予測するには,三次元流れ解析⁽⁷⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾が適している.しかし,本研究では開弁前のボア圧力上昇を再現できればよいので,計算負荷の小さい熱力学モデル(集中定数モデル)を適用する.既報の実験装置で用いた図1の空圧管路系について,中間チャンバー内とボア内についてそれぞれ内部可逆過程を仮定し,かつ空圧管路系全体について断熱変化(すなわち等エントロピー変化)を仮定する.これにより,各部の圧力と密度の関係が以下[式(5)]のように表される.また,状態方程式[式(6)]を考慮する.

$$P_{sup} / \rho_{sup}^{\gamma} = P_1 / \rho_1^{\gamma} = P_b / \rho_b^{\gamma} = P_o / \rho_o^{\gamma} = const.$$

$$\tag{5}$$



Fig. 1 The whole model of the experimental setup and the coupling relation among phases.

$$P_1 = \rho_1 R_g T_1, \quad P_b = \rho_b R_g T_b \tag{6}$$

式(5)と式(6)の各微分から,中間チャンバー内とボア内の各圧力変化率 Pi, Ph について以下の方程式が得られる.

.

$$\dot{P}_1 = -[\gamma P_1 / (\rho_1 V_1)](\dot{m}_2 - \dot{m}_1 + \dot{m}_0)$$
⁽⁷⁾

$$\dot{P}_b = -\left[\gamma P_b / (\rho_b V_b)\right] (\dot{m}_v - \dot{m}_2) \tag{8}$$

式(7)と式(8)の時間積分法については、クランク・ニコルソン法を用いる.式(8)において、ボア体積は、厳密には、 ボア壁, 弁座, リード, および油膜で囲まれた体積であるため, 元のボア体積 Vb に加え, 弁変形および油膜破壊 直前の油膜内へのガス流入に伴う体積増分を考慮する必要がある.しかし,今回の実験装置では,これらの体積 増分は元のボア体積 V₆(5.2 cc)に対して 1%以下と小さいため,本研究ではボア体積を一定として扱う.各絞り 部を通過する質量流量は,流量係数を用いて以下のように表される.この中で,リード弁の開口面積 A_p [式(12)] の求め方については,第2・3・2項で述べる.

$$\dot{m}_0 = C_{d0} A_{p1} (1 - A_{va}) \sqrt{2\rho_1 P_1 f_Q (P_{b0} / P_1)}$$
(9)

$$\dot{m}_1 = C_{d1}A_{p1}A_{va}\sqrt{2\rho_{sup}P_{sup}}f_Q(P_1/P_{sup})$$
⁽¹⁰⁾

$$\dot{m}_2 = C_{d2} A_{p2} \sqrt{2\rho_1 P_1} f_Q (P_b / P_1) \tag{11}$$

$$\dot{m}_{v} = C_d A_p \sqrt{2\rho_b P_b} f_Q(P_o/P_b) \tag{12}$$

ただし, $f_{\mathcal{Q}}$ は,ガスの圧縮性が流量に及ぼす影響を表す以下のような上下流圧力比 A_p の関数である $^{(21)}$.

$$f_{Q}(\Lambda_{p}) = \begin{cases} \sqrt{[\gamma/(\gamma-1)][\Lambda_{p}^{2/\gamma} - \Lambda_{p}^{(\gamma+1)/\gamma}]} & \dots & [(\gamma+1)/2]^{\gamma/(1-\gamma)} \le \Lambda_{p} \le 1\\ \sqrt{[\gamma/(\gamma+1)][2/(\gamma+1)]^{2/(\gamma-1)}} & \dots & 0 \le \Lambda_{p} \le [(\gamma+1)/2]^{\gamma/(1-\gamma)} \end{cases}$$
(13)

式(9)と式(10)における3ポート電磁弁の切り替わり率Auaは,時間に比例するものと仮定する.

$$A_{va} = \begin{cases} (t - t_{vs})/t_{vop} & \dots & 0 \le t - t_{vs} \le t_{vop} \\ 1 & \dots & t_{vop} \le t - t_{vs} \end{cases}$$
(14)

各部のガス密度は,式(5)より吐出側の密度ρ。を用いて以下のように表される.

$$\rho_{sup} = (P_{sup} / P_o)^{1/\gamma} \rho_o, \quad \rho_1 = (P_1 / P_o)^{1/\gamma} \rho_o, \quad \rho_b = (P_b / P_o)^{1/\gamma} \rho_o$$
(15)

2・2・2 ガス力のモデル化

リードに作用するガスカについては,ポペット弁に作用する流体力の定式化⁽²²⁾にならい以下のように表現する.

$$F_g = F_{gp} + F_{gsteady} + F_{gunsteady} \tag{16}$$

$$F_{gp} = \left(\pi D_p^2 / 4\right) \left(P_b - P_o\right)$$
(17)

$$F_{gsteady} = -\dot{m}_{y} u_{y} \xi_{y} \cos \Theta_{y} \tag{18}$$

$$F_{gunsteady} = -\ell_d \ddot{m}_v \tag{19}$$

ただし, 縮流部の非粘性ガス流速 u, は以下のように表される⁽²¹⁾.

$$u_{\nu} = \begin{cases} \sqrt{(2P_b/\rho_b)[\gamma/(\gamma-1)][1-(P_o/P_b)^{(\gamma-1)/\gamma}]} & \dots & [(\gamma+1)/2]^{\gamma/(1-\gamma)} \le P_o/P_b \le 1\\ \sqrt{(2P_b/\rho_b)[\gamma/(\gamma+1)]} & \dots & 0 \le P_o/P_b \le [(\gamma+1)/2]^{\gamma/(1-\gamma)} \end{cases}$$
(20)

また, m, は式(12)より以下のようになる.

$$\ddot{m}_{\nu} = \frac{d\dot{m}_{\nu}}{dt} = C_d A_p \left[\left(\frac{1}{\gamma} + 1 \right) \sqrt{\frac{\rho_b}{2P_b}} f_Q \left(\frac{P_o}{P_b} \right) - \frac{P_o}{P_b} \sqrt{\frac{2\rho_b}{P_b}} f_Q' \left(\frac{P_o}{P_b} \right) \right] \dot{P}_b + C_d \dot{A}_p \sqrt{2\rho_b P_b} f_Q \left(\frac{P_o}{P_b} \right)$$
(21)

$$f_{Q'}(\Lambda_{p}) = \begin{cases} \left[2\Lambda_{p}^{(2/\gamma)-1} - (\gamma+1)\Lambda_{p}^{1/\gamma} \right] / \left[2\sqrt{\gamma(\gamma-1)} \left(\Lambda_{p}^{2/\gamma} - \Lambda_{p}^{(\gamma+1)/\gamma} \right) \right] & \cdots \left[(\gamma+1)/2 \right]^{\gamma/(1-\gamma)} \le \Lambda_{p} \le 1 \\ 0 & \cdots 0 \le \Lambda_{p} \le \left[(\gamma+1)/2 \right]^{\gamma/(1-\gamma)} \end{cases}$$
(22)

 F_{gp} , $F_{gsteady}$, および $F_{gunsteady}$ の各ガスカの方向は+z方向であり, 各力を, ポート上にあるリードの各要素に対し 要素の面積に比例配分して作用させる.

2・3 油膜流れのモデル化

2・3・1 油膜圧力のモデル化

(1) 基礎方程式

油膜内流れの方程式については,非圧縮流体の層流を仮定したレイノルズ方程式を用い,これにキャビテーシ ョン気泡の影響を考慮する. レイノルズ方程式の適用に関して,流速と油膜の厚さが最大となる油膜破壊直前に おけるレイノルズ数 $V_r \cdot (2h)/(\eta/\rho_{oil}) = 40$ (半径方向流速 $V_r = 8$ m/s , $h = 200 \,\mu\text{m}$, $\eta/\rho_{oil} = 8.6 \times 10^{-5} \,\text{m}^2/\text{s}$)より油の 流れは層流と考えられる.さらに,油膜破壊直前の油膜厚されは油膜幅(シール幅)の1/5程度であることから, レイノルズ方程式の仮定(流れが層流で厚さ方向の圧力変化を無視でき , 面内方向流速の厚さ方向分布が放物線 である)がほぼ成立すると考えられる.一方,気泡が生じてボイド率が大きくなった油膜に対して同様の仮定が 成立するかどうかは明らかでないが、今回の計算の結果、ボイド率が大きい場所では油の流れがあまり生じない [後の式(31)においてβ 0]ため,結果的に,厚さ方向の圧力変化や流速分布に関する仮定が計算結果に及ぼす影 響は小さいと推定される。

本研究では,とくに,油膜(隙間)体積変化の液体分率 β を定義し,これにより気泡成長が油膜圧力に及ぼす 影響を定量的に評価できるようにする.リード - 弁座間の油膜モデルを図2に,油膜圧力方程式におけるキャビ テーション気泡の扱いを図 3 に示す.実際の状態として予想される図 3(a)の気泡分布の状態に対して,図 3(b)に 示すように気泡はまとめて気相として扱い,残りの液相部分の圧力(油膜圧力 Poul)を以下に示すレイノルズ方 程式により求める.また,レイノルズ方程式において,接触二面の表面粗さの影響を考慮した平均流モデル⁽²³⁾⁽²⁴⁾ を考慮する.気相(気泡)部分のモデルについては第2・3・3項で述べる.





Cavitation Bubble

(a) Presumable bubble distribution in the actual situation.

Gas and vapor volume



Liquid (oil) volume:

(b) Volume fraction model of the liquid phase and the gas-vapor phase.

Fig. 3 Volume fraction model in the oil film.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\phi_x \rho h^3}{12\eta} \frac{\partial P_{oil}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\phi_y \rho h^3}{12\eta} \frac{\partial P_{oil}}{\partial y} \right) = \frac{\partial \rho \bar{h}_T}{\partial t}$$

$$\bar{h}_T = \int_{-h}^{\infty} (h+z_r) f_r(z_r) dz_r$$
(23)

各方向の圧力流量係数 魚と 鳥は,本報で用いる等方性粗さの場合,以下の近似式で求められる(23).

$$\phi_x = \phi_y = 1 - 0.90e^{-0.56(h/c_r)} \quad (h/c_r > 0.5)$$
(25)

局所平均油膜厚さ \overline{h}_{T} については,表面粗さについて正規分布を仮定した以下の近似式⁽²⁵⁾を用いる.

$$\overline{h}_{T} \cong \begin{cases} (3 \epsilon_{r}/256) (35+128h_{r}+140h_{r}^{2}-70h_{r}^{4}+28h_{r}^{6}-5h_{r}^{8}), & h_{r}=h/(3 \epsilon_{r}) & \dots & h \le 3 \epsilon_{r} \\ h & \dots & h > 3 \epsilon_{r} \end{cases}$$
(26)

ここで,式(23)と式(26)における油膜厚さhは以下のように表される.

$$h = h_0 + \delta$$

 δ は第 2・1 節で求められるリード変位[式(2)]の *z* 方向成分である.また,式(23)における油膜の平均密度 ρ は以下のように表される.ただし, $\rho_{oil} >> \rho_g$ を考慮した.

$$\rho = (1 - \alpha)\rho_{oil} + \alpha\rho_g \cong (1 - \alpha)\rho_{oil} \tag{28}$$

ここで,ボイド率αは,接触面の単位面積当たりの気泡個数 Νを用いて以下のように表される.

$$\alpha = (4/3)N\pi r_b^3/h \tag{29}$$

本報では,スクイズ油膜の圧力低下をもたらす油膜の体積変化において気泡が果たす役割を明確にするため,式 (23)の右辺を以下のように変形する.まず,式(28)を式(23)の右辺に代入して,以下のように近似する.

$$\frac{\partial \rho \bar{h}_T}{\partial t} = \rho_{oil} \frac{\partial \bar{h}_T}{\partial t} \left[1 - \left(\frac{\partial \alpha \bar{h}_T}{\partial t} \middle/ \frac{\partial \bar{h}_T}{\partial t} \right) \right] \cong \rho_{oil} \frac{\partial \bar{h}_T}{\partial t} \left[1 - \left(\frac{\partial \alpha h}{\partial t} \middle/ \frac{\partial h}{\partial t} \right) \right]$$
(30)

式(30)の第二式の近似誤差は、式(26)と後の式(33)を考慮すると、1.5 h/ϵ_r 2の範囲で最大 8.5%、2 h/ϵ_r 2.5 の範囲で最大 1.9%、2.5 h/ϵ_r の範囲(本報での計算条件)で最大 0.1%である.この式(30)を式(23)に代入して式(29)を考慮すると、以下のように気泡の成長の影響を考慮したレイノルズ方程式が得られる.

(27)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\phi_x (1-\alpha)h^3}{12\eta} \frac{\partial P_{oil}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\phi_y (1-\alpha)h^3}{12\eta} \frac{\partial P_{oil}}{\partial y} \right] = \beta \frac{\partial \overline{h_T}}{\partial t}$$
(31)

$$\beta = 1 - \left(4N\pi r_b^2 \dot{r}_b / \dot{h}\right) \tag{32}$$

ここで, β は体積変化の液体分率である.また,式(31)右辺の $\partial \overline{h_T}$ / ∂t は,式(26)より以下のようになる.

$$\frac{\partial \bar{h}_T}{\partial t} \approx \begin{cases} \left(\dot{h}/32 \right) \left(16 + 35h_r - 35h_r^3 + 21h_r^5 - 5h_r^7 \right), & h_r = h/(3\,\epsilon_r) \cdots h \le 3\,\epsilon_r \\ \dot{h} \cdots h > 3\,\epsilon_r \end{cases}$$
(33)

ここで, \dot{h} は,第2・1節で求められるリード速度[式(2)]のz方向成分($\dot{h} = \dot{\delta}$)である.

βは、図 3(b)に示すように、油膜の体積変化の中で油の流出入が占める割合である.また、式(31)の右辺は、スクイズ油膜圧力 P_{otl} を発生させる油の体積変化率であり、これが膜厚変化率 $\partial h_T / \partial t$ に β が掛かった形で表されている.式(31)において、 $\alpha=0$ 、 $\beta=1$ とすると、気泡の影響を考慮しない通常のレイノルズ方程式に帰着する.逆に、 $\alpha>0$ 、 $\beta=0$ の状態は、油膜の体積変化がすべて気泡成長で占められている状態に対応する.このことから、 β は気泡成長によるスクイズ効果の低減度合を表している、と解釈できる.

なお,計算において,ボイド率 α には上限 α_{max} を設け, α が α_{max} に達している間は β を0とする.

$$\alpha \le \alpha_{max} \tag{34}$$

$$\beta = 0 \quad \text{at} \quad \alpha = \alpha_{max} \tag{35}$$

キャビテーションモデルなし,および静的キャビテーションモデルの場合には,式(31)において,α=0,β=1 とした通常のレイノルズ方程式を用いる.また,静的キャビテーションモデルの場合には,キャビテーション発 生領域の圧力として一定の圧力 *P_{cav}*(以下,「定常キャビテーション圧力」)を油膜圧力の下限値として設定する.

動的キャビテーションモデルの場合には、 P_{oil} $P_{cav onset}$ では $\alpha = 0$ 、 $\beta = 1$ の通常のレイノルズ方程式であり、 一旦 $P_{oil} < P_{cav onset}$ になると、以後 $\alpha > 0$ 、 $\beta \neq 1$ (開弁直前までほとんどの領域で $\beta < 1$)となる、静的キャビテーシ ョンモデルと異なり、 P_{oil} が低下して $P_{cav onset}$ に到達しても、 P_{oil} は $P_{cav onset}$ に留まらず、気泡成長の影響を受けな がらさらに低下する、

(2) 有限体積法による離散化

油膜圧力の分布については、これまですべり軸受等を対象に構造格子を用いて二次元分布が求められているが、 リード弁のような任意の形状領域を構造格子で正確に表現することは難しい.そこで、本研究では、弁の境界形 状を正確に表現するために非構造格子を用い、それに有限体積法を適用する、次項で油膜の吹き飛び判定法を示 すが、そこで用いる積算流量を精度よく求める上でも、質量保存性に優れた有限体積法は適していると考えられ る、図4に離散化した物理量の配置を示す、圧力 P_{oil} 、ボイド率 α 、体積変化の液体分率 β はセル中心値であり、 油膜厚さ(h, \bar{h}_T)および圧力流量係数(ϕ , ϕ)は節点値である、ガウスの発散定理を用いて、式(31)は、セル (要素)ごとに以下のように離散化される、

$$\frac{1}{12\eta} \sum_{l_f} \phi_{nil_f} (1 - \alpha_{il_f}) h_{il_f}{}^3 \vec{A}_{il_f} \cdot (\nabla P_{oil})_{il_f} = \beta_i \left(\int_{S_i} \frac{\partial \bar{h}_T}{\partial t} dS \right)$$

$$\phi_{nil_f} = \sqrt{(\phi_{xil_f} e_{nx})^2 + (\phi_{yil_f} e_{ny})^2}$$
(36)
(37)

ここで,*i*はセル番号,*l*_fはセルの辺番号であり,添え字*il*_fはセル番号*i*のセル(以下,「セル*i*」)の辺番号*l*_fの 辺の値であることを示す. ϕ_{nil} は辺*l*_fの法線方向の圧力流量係数であり, ϕ_{xllf} , ϕ_{jlf} は辺*l*_f上の圧力流量係数,(*e*_{nx}, *e*_{ny})は辺の法線方向の単位ベクトルである.本報で扱う等方性粗さでは, $\phi_{n} = \phi_{n} = \phi_{y}$ となる. α_{ilf} は辺*l*_f上のボイド 率, $\overline{A}_{il_{f}}$ はセルの辺*l*_fの長さを大きさとする辺*l*_fにおける外向き法線ベクトルである.*S*は油膜面の面積,*S*_iはセ ル*i*の面積であり,式(36)右辺の積分については,セルを底面としセルの各節点の $\partial \overline{h}_{T}$ / ∂t を長さとする辺を底面 に垂直に立てて形成される立体(セルが四角形なら六面体)の体積を数値的に求める. h_{ilf} [式(36)], ϕ_{ilf} , ϕ_{jlf} [式 (37)]については,辺*l*_f両端の2節点のそれぞれの*h*および ϕ_{n} , ϕ_{n} の平均値を用いる.非構造格子では, $\overline{A}_{il_{f}}$ は一般にセル中心間を結ぶ線に平行とはならず(以下,このことを「格子の非直交性」と呼ぶ),セル中心間を結ぶ線



Fig. 4 Discretization in the finite volume method for oil film flow.

Fig. 5 Quantities and circumference sections for the blow-by calculation.

に平行な成分 \vec{D}_{il_f} と辺に平行な成分 \vec{k}_{il_f} に分けられ($\vec{A}_{il_f} = \vec{D}_{il_f} + \vec{k}_{il_f}$)⁽²⁶⁾,式(36)は以下のように表される.

$$\frac{1}{12\eta}\sum_{l_f}\phi_{nil_f}(1-\alpha_{il_f})h_{il_f}^{3}\left|\vec{D}_{il_f}\right|\left|\frac{\left(P_{oilm}-P_{oili}\right)}{l_{im}}\right| = \beta_i \left(\int_{S_i}\frac{\partial\bar{h}_T}{\partial t}\,dS\right) - \frac{1}{12\eta}\sum_{l_f}\phi_{nil_f}(1-\alpha_{il_f})h_{il_f}^{3}\vec{k}_{il_f}\cdot\left(\nabla P_{oil}\right)_{il_f} \tag{38}$$

ただし, *m* は辺 *l_f*を共有する隣接セルのセル番号, *l_{im}*はセル *i* とセル *m* のセル中心間距離であり,右辺第2項が 格子の非直交性に起因する成分である. α_{if} , 辺 *l_f*上の油膜圧力の勾配である (∇P_{oil})_{*il_f*は,以下のように辺 *l_f*を共 有する二つのセルの中心値からセル中心と辺の中点との距離(*s_i*, *s_m*)に応じた重み付けにより求める.}

$$\alpha_{il_f} = (\varsigma_m \alpha_i + \varsigma_i \alpha_m) / (\varsigma_i + \varsigma_m), \quad (\nabla P_{oil})_{il_f} = [\varsigma_m (\nabla P_{oil})_i + \varsigma_i (\nabla P_{oil})_m] / (\varsigma_i + \varsigma_m)$$
(39)

セル中心における油膜圧力の勾配 $(\nabla P_{oil})_i$ はガウスの定理より以下のように求める.

$$\left(\nabla P_{oil}\right)_{i} = \frac{1}{S_{i}} \sum_{l_{f}} \vec{A}_{il_{f}} P_{oil\,il_{f}}, \quad P_{oil\,il_{f}} = \left(\varsigma_{m} P_{oil\,i} + \varsigma_{i} P_{oil\,m}\right) / \left(\varsigma_{i} + \varsigma_{m}\right)$$

$$\tag{40}$$

計算格子として, リードの有限要素法のシェルモデルと同一の格子を用いる(油膜圧力 *P*_{oil} を求める領域を, 後の図7において着色して示している). *P*_{oil}の境界条件については,ポート縁線上の圧力をボア圧 *P*_b, リードの 外側の縁線上の圧力を吐出圧 *P*_oとする.各縁線上の節点を二重節点として元の節点とともにダミー要素を構成し, それに境界圧力を与える.式(38)は右辺を定数としてセル中心圧力 *P*_{oil} を求める連立一次方程式であり,その求 解には SOR 法を用いる.SOR 法の反復計算における初期値には前の時間ステップの解を用いる.また,式(38) の右辺第2項は,SOR 法の反復計算過程の中で更新する.静的キャビテーションモデルを用いる場合には,反復 計算過程において定常キャビテーション圧力 *P*_{cav}以下となるセル中心圧力を随時 *P*_{cav}に置換する.連立一次方程 式の求解の際には,桁落ち防止のためにすべて無次元量(無次元圧力の最大と最小の差が10以下)を用いる.

2・3・2 油膜吹き飛び範囲のモデルとリード弁の開口面積の計算

可視化実験⁽¹⁾では,開弁時にシール面の油膜が半径方向に吹き飛び,その範囲がポート円周に沿って拡がる様子が観察された.その拡がりに伴って,ボア内から吐出側に流出するガスの流路の断面積(開口面積 A_p)も順に増加すると考えられる(油膜が破壊し吹き飛ぶ前は $A_p=0$).そこで,本研究では,下記に示すモデルにより油膜の吹き飛び範囲を求め,それに基づき開口面積の変化を考慮できるようにする.

油膜吹き飛び範囲を計算するための諸量と周方向分割状況を図5に示す.ポート中心を中心とした極座標を設定し,各セルを通過した半径方向流量を時間積分して積算流量を求め,積算流量がある閾値を越えたセルを油膜が吹き飛んだセルと判定する.なお,流量については,可視化実験で支配的であった半径方向流れのみを考慮し, 周方向流れは考慮しない.各セル(セル番号i)の積算流量は以下のように求められる.

$$\int_{0}^{t} Q_{ri} dt \simeq \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{2} \left(Q_{ri} \Big|_{t=t_{n}} + Q_{ri} \Big|_{t=t_{n+1}} \right) \left(t_{n+1} - t_{n} \right)$$
(41)

$$Q_{ri} = -\frac{(1-\alpha_i)h_i^3}{12\eta} (\nabla P_{oil})_i \cdot \vec{r}_i \Delta \psi_i$$
(42)

ただし, Q_{ri} はセル*i*を通過する半径方向の油の体積流量, $t_0 = 0$, $t_N = t$ であり, \vec{r}_i はポート中心からセル*i*の中心に向かうベクトル, $\Delta \psi_i$ (単位:rad)は極座標におけるセル*i*の周方向範囲である. h_i は, セル*i*の平均油膜厚さであり, セルを底面としセルの各節点の油膜厚さ*h*を長さとする辺を底面に垂直に立てて形成される立体(セルが四角形なら六面体)の体積をセルの面積で割って求める.式(41)では大きな*h*(>10 ϵ_r)における流量 Q_{ri} が支配的なため,式(42)では圧力流量係数(ϕ_x , ϕ_y)を1とした.吹き飛び判定の閾値として,初期状態におけるポート縁(ポート周囲)に付着した油の量 V_{exit} を仮定して,以下のように判定する.

$$\int_{0}^{t} Q_{ri} dt > \left(\frac{\Delta \psi_{i}}{2\pi}\right) V_{eoil} \qquad \text{Cell } i \text{ is under blow-by.}$$

$$\tag{43}$$

リードの開口面積 A_p については,以下のように,ポート周リシール部のポート側1層目(ポート縁に面した層)のセルで区切られた周方向範囲 i_e (図5「Section i_e 」)ごとにガスの流出の可否を判断して求める.

1) 周方向範囲 i_eに存在するすべての接触面セルの油膜の吹き飛びを式(43)で調べる.

2) 上記 1)で調べたすべてのセルで油膜が吹き飛んでいる場合には,周方向範囲 i_eではガスが通過できるものとして,その周方向範囲でリフト量(h₀+δ)をポート縁に沿って積分して面積を求める.逆に一つでも油膜が吹き飛んでいないセルがある場合には,周方向範囲 i_eにガスが通過できないものとして面積は0とする[式(45)].
 3) 上記 2)で求めた面積 A_{pie}をポート周方向に沿って合算して開口面積 A_pとする[式(44)].

以上の手続きを下式に示す.

$$A_{p} = \sum_{i_{e}} A_{pi_{e}}$$

$$A_{pi_{e}} = \begin{cases} \int_{\psi_{i_{e}} \max}^{\psi_{i_{e}} \max} (h_{0} + \delta) (D_{p} / 2) d\psi & \dots & \text{All cells in the } \psi_{i_{e}} \min \leq \psi \leq \psi_{i_{e}} \max \text{ range are under blow - by.} \\ 0 & \dots & \text{Not all cells in the } \psi_{i_{e}} \min \leq \psi \leq \psi_{i_{e}} \max \text{ range are under blow - by.} \end{cases}$$

$$(45)$$

2・3・3 気泡のモデル化

水中のキャビテーションは蒸気性キャビテーションとして考えることが多いが,油中のキャビテーションは溶存ガスの析出であるガスキャビテーションとしての性格を併せ持つ.そこで,本研究では,通常扱われる気泡の動的釣り合いの方程式に加えて,溶存ガスの拡散方程式を連立させる.可視化観察⁽¹⁾を基に,気泡は流動せずにその場で成長すると仮定し,気泡の物理量は,第2・3・1(2)項で示した有限体積法の一つのセル内では均一とする.気泡形状に関しては,油膜厚さを高さとする扁球($h < 2r_b$ の場合)もしくは球($h = 2r_b$ の場合)を想定して,扁球の場合は同体積の球に近似し,ともに,その運動を球形気泡の方程式で表現する.気泡の大きさとしては,油膜厚さのオーダーを仮定し,気泡個数Nは油膜の体積ではなく油膜面積当たりの個数として与える.さらに,従来の研究⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾と同様に合体・分裂は考慮せず,Nは時間によらず一定とする.

(1) 気泡の動的釣り合い式

球形気泡の運動は以下の Rayleigh-Plesset の式で表される.ただし,粘性力として,気泡周囲の油の運動による 粘性(右辺第5項)の他に,液の自由表面の変形に抵抗する粘性効果である表面膨張粘性(右辺第6項)⁽²⁷⁾⁽²⁸⁾⁽¹⁶⁾ を考慮する.表面膨張粘性は,直径1 mm 以下の気泡では影響が大きいことが指摘されており⁽²⁸⁾,気泡径の小さ い初期の段階からの気泡成長を考える本報のケースではその影響が大きいことが予想される.

$$\ddot{r}_{b}r_{b} + \left(\frac{3}{2}\right)\dot{r}_{b}^{2} = \frac{1}{\rho_{oil}} \left(P_{g} + P_{v} - P_{oil} - \frac{2\sigma}{r_{b}} - \frac{4\eta\dot{r}_{b}}{r_{b}} - \frac{4\kappa_{b}\dot{r}_{b}}{r_{b}^{2}} \right)$$
(46)

一方,式(46)の左辺は気泡周囲の油の慣性力であるが,右辺の粘性力([(4 $\eta \dot{r}_b/r_b)$ + (4 $\kappa_b \dot{r}_b/r_b^2$)]/ ρ_{oil})に比較して小さい(10⁻⁵以下のオーダー)ため,省略する.その結果,気泡半径の成長率 \dot{r}_b は以下のように表される.

$$\dot{r}_b = \frac{r_b}{4[\eta + (\kappa_b/r_b)]} \left(P_g + P_v - P_{oil} - \frac{2\sigma}{r_b} \right)$$
(47)

また,計算の安定性を確保するため,式(32)の β を求める際の \dot{r}_b については,式(47)で求めた \dot{r}_b に対し以下の2次のローパスフィルター(時間積分法はNigam-Jennings法⁽²⁹⁾)を施して求めた \dot{r}_{bf} (= v_{nf})を用いる.

$$\ddot{v}_{r_bf} + 2\zeta_f \omega_f \dot{v}_{r_bf} + \omega_f^2 v_{r_bf} = \omega_f^2 \dot{r}_b \tag{48}$$

油の蒸気圧 P_vについては,一定値を仮定する.

$$P_v = const$$

(49)

ボイド率 α が α_{max} に達している間は, r_b は $\alpha = \alpha_{max}$ のときの気相の体積から以下のように求め,前ステップからの r_b の変化分を時間刻み Δt で割ることで \dot{r}_b を逆算する.また, r_b には下限値 r_{bmin} を設ける.

$$r_b = \sqrt[3]{\frac{\alpha_{max}h}{(4/3)\pi N}} \quad \text{at} \quad \alpha = \alpha_{max}$$
(50)

 $r_{bmin} \le r_b, \quad \dot{r}_b = 0 \quad \text{at} \quad r_{bmin} \le r_b$ $\tag{51}$

(2) 油中溶存ガス析出(拡散)の方程式

油中の溶存ガスが気泡内に拡散することによる球形気泡内ガス質量の変化率 *前*。は以下のように表される⁽³⁰⁾.

$$\dot{m}_{g} = 4\pi r_{b}^{2} \Gamma\left\{ \left[\left(\varrho_{g0} - \varrho_{gs}(t) \right) / r_{b} \right] + \left[\left(\varrho_{g0} - \varrho_{gs}(t_{bonset}) \right) / \sqrt{\pi \Gamma(t - t_{bonset})} \right] \right\}$$
(52)

$$\varrho_{gs} = \chi_g P_g / (R_g T_g) = \chi_g \rho_g, \quad \varrho_{g0} = \chi_g P_{g0} / (R_g T_{g0}) = \chi_g \rho_{g0}$$
⁽⁵³⁾

ここでは,油中のガス濃度の初期状態 ϱ_{g0} としてガス拡散が開始する時点の状態を考え,また,気泡成長が開始する時刻 t_{bonset} も同じくガス拡散が開始する時点とし, $\varrho_{g0} = \varrho_{gs}(t_{bonset})$ とする.また,式(53)を用いて式(52)におけるガス濃度を気泡内ガス圧力で表現すると, \dot{m}_{g} は以下のように表される.

$$\dot{m}_{g} = \left[4\pi r_{b}^{2} \Gamma \chi_{g} / (R_{g} r_{b})\right] \left[\left(P_{g0} / T_{g0}\right) - \left(P_{g} / T_{g}\right) \right]$$
(54)

ガス拡散開始時点(=気泡成長が開始する時点)における気泡内ガス圧力 P_{g0} は,定常な圧力の釣り合い[式(46) ないし式(47)で時間微分項を消去したもの]においてガス拡散開始時点の油膜圧力 $P_{oil|t=t_{bonset}}$ (= $P_{cav onset}$),気泡半径 r_{b0} を用いることで以下のように表される.

$$P_{g0} = P_{oil}\Big|_{t=t_{barset}} - P_{v} + (2\sigma/r_{b0}) = P_{cavonset} - P_{v} + (2\sigma/r_{b0})$$
(55)

状態方程式[後の式(60)]と体積 - 半径の関係式[後の式(62)]から,式(54)における Tgは以下のように表される.

$$T_{g} = P_{g} / (\rho_{g} R_{g}) = V_{g} P_{g} / (m_{g} R_{g}) = (4/3)\pi r_{b}^{3} P_{g} / (m_{g} R_{g})$$
(56)

また,同様に,初期状態の気泡内ガス質量 m_{g0} は T_{g0} を用いて以下のように表される.

$$m_{g0} = (4/3)\pi r_{b0}{}^{3}P_{g0} / (T_{g0}R_{g})$$
(57)

 r_b が下限値 $r_{b_{min}}$ に達している間は, \dot{m}_g は0とする.

$$\dot{m}_g = 0 \quad \text{at} \quad r_b = r_{b\,\min}$$
(58)

(3) 気泡内圧力の方程式

$$P_g / \rho_g^{V_{gb}} = const.$$
⁽⁵⁹⁾

$$P_g = \rho_g R_g T_g \tag{60}$$

これらの各微分から, Pgの時間変化率の方程式 Pg が以下のように得られる.

$$\dot{P}_{g} = -(v_{gb}P_{g}/V_{g})\dot{V}_{g} + (v_{gb}P_{g}/m_{g})\dot{m}_{g}$$
(61)

これに, さらに気泡体積 - 半径の関係式[式(62)]を代入すると, Pg が最終的に式(63)のように表される.

$$V_g = (4/3)\pi r_b^3$$
(62)

$$\dot{P}_g = -\left(3\nu_{gb}P_g/r_b\right)\dot{r}_b + \left(\nu_{gb}P_g/m_g\right)\dot{m}_g \tag{63}$$

 r_b が下限値 r_{bmin} に達している間は, \dot{P}_g は0とする.

$$\dot{P}_g = 0$$
 at $r_b = r_{b_{min}}$ (64)

ポリトロープ指数 v_{gb} については,以下の Plesset-Heish の条件式⁽³¹⁾で判定する.

$$PH = 3\pi \frac{\rho_{oil} c_{oil}}{\rho_g c_g} \frac{\sqrt{[\lambda_{oil} / (\rho_{oil} c_{oil})]} / \omega}{r_{b0}} >> 1 \quad \dots \quad \text{isothermal}$$

$$<<1 \quad \dots \quad \text{adiabatic}$$
(65)

ただし, ω は気泡運動の角振動数である.今回の計算対象である実験の条件に対応する油とガス(空気)の物性 値を用い,開き遅れ時間(10 ms オーダー)に基づいて ω を仮定(100 Hz × 2 π)すると, *PH* は 10⁵のオーダーと なり,気泡内ガスは等温変化とみなせる.このため, v_{gb} =1とする.

式(47),式(54),式(63)の時間積分法については,オイラー陽解法を用いる.

2・4 連成アルゴリズム

安定した時間進行が得られるように,分離型反復解法による漸近的強連成法を用いて,リードの各モードの運動方程式をガスカ,および油膜圧力の方程式と連成させる.時刻歴連成計算のアルゴリズムを図6に示す.反復解法のループでは,リードの動的釣り合いの残差を基に予想したリード加速度・変位・速度の下でガスカと油膜 圧力を求めて,再びリードの動的釣り合いを検査する.なお,釣り合いの残差に応じて40を適宜小さくする.

3. 計算条件

計算で用いた諸元を表 1 に示す.既報の実験⁽¹⁾に対応する諸元であり,リード素材については鋼材,ガスについては空気の物性値を用いた.

ガス流れに関しては,開弁前のボア圧力上昇率 dP_b/dt が実験と合うように C_{d2} を,ポペット弁の計測例⁽²²⁾を参考に C_d をそれぞれ設定した.また,別途行った流れ計算⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾より $\Theta_v = 90^\circ$ ($F_{gsteady} = 0$)とし, ℓ_d をリードとボア底面の距離に等しくした.

初期油膜厚さ h_0 に関して,ポート上の初期差圧 ($P_o - P_{b0} = 0.013$ MPa)と固定端の面圧(約0.5 MPa)を基に, 接触モデル⁽³²⁾ ($n \epsilon_r \beta_r = 0.05$, $\epsilon_r / \beta_r = 0.0009$, $E_{reed} = 2.1 \times 10^{11}$ Pa, $E_{glass} = 6.3 \times 10^{10}$ Pa, $v_{reed} = 0.3$, $v_{glass} = 0.2$, n: 単位面積当たりの突起数, β_r :突起頂部の曲率半径, E_{reed} , E_{glass} : リード,ガラス弁座の縦弾性係数, v_{reed} , v_{glass} : 同ポアソン比)を用いて変形計算を行うと,初期油膜厚さは $0.3 \mu m \sim 0.9 \mu m$ の範囲の分布となった.一方,続 報⁽¹⁸⁾で示すように, h_0 1 μm の範囲では h_0 が開き遅れ時間に及ぼす影響が小さい.これらのことと, h_0 が小さ いほど計算時間が増加することを踏まえ, $h_0 = 1 \mu m$ を標準値として用いた.

動的キャビテーションモデルで用いる気泡の諸元に関しては,h₀=1μmの条件で開き遅れ時間が実験と対応する値を設定し(表1中「assumed」), このうち表面膨張粘性係数κ_bについては過去の検討例⁽¹⁶⁾⁽²⁸⁾における値から



Fig. 6 Flow chart of the iterative partitioned coupling algorithm.

	Reed	C_{d2}	0.64	Oil film		T_{g0}	293 K
Н	0.38 mm	D_p	8 mm	<i>h</i> 0	1 μm*	α_{max}	0.99
J	6	ℓ_d	16 mm	P _{cav}	$-\infty (n)$	Г	$1 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s***}$
E_{reed}	2.1×10 ¹¹ Pa	P_{b0}	0.088 MPa-abs	P _{cav}	0 MPa-abs (s)	κ_b	$7.85 \times 10^{-5} \text{ kg/s**}$
V_{reed}	0.3	P_o	0.101 MPa-abs	ϵ_r	0.2 µm	V_{gb}	1
$ ho_{\it reed}$	$7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$	P_{sup}	0.32 MPa-abs	η	0.085 Pa • s	$ ho_{\it oil}$	$9.9 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$
ζ_j	0.001	t _{vop}	2 ms	Cavitation bubble (<i>d</i>)		σ	0.03 N/m
Gas flow		V_1	7.1 cm^3	Ν	$1 \times 10^{10} \text{ m}^{-2} **$	χ_{g}	0.1***
A_{p1}	8.5 mm^2	V_b	5.15 cm^3	P cav onset	0 MPa-abs**	Others	
A_{p2}	$0.785 \mathrm{mm}^2(\phi 1)$	V_{eoil}	5 mm^{3} **	P_{v}	0 MPa-abs	$\Delta t \leq$	1×10^{-7} s (<i>n</i>)(s)
C_d	0.7	γ	1.4	R_{g}	288.7 J/(kg•K)	$\Delta t \leq$	$1 \times 10^{-9} \mathrm{s} (d)$
C_{d0}	1	Θ_v	90 °	<i>r</i> _{<i>b</i>0}	1.25 µm**	ζ_f	0.707
C_{d1}	1	$ ho_{o}$	1.2 kg/m^3	r _{bmin}	$r_{b0} - 0.001 \mu{ m m}$	$\omega_f/(2\pi)$	10 kHz

Table 1 Parameter values in the calculation.

 E_{reed} , v_{reed} and ρ_{reed} are the Young's modulus, the Poisson's ratio and the density of the reed respectively. *: initial oil film thickness in the inside part (see Fig. 2). **: assumed. ***: assumed based on mineral oils.

(n): no cavitation model, (s): static cavitation model, (d): dynamic cavitation model.

決定した.気泡半径と気泡個数の組み合わせについては,表1(r_{b0} =1.25 µm,N=1×10¹⁰ m⁻²,初期ボイド率0.082) 以外にも実験の開き遅れが再現され(例えば, r_{b0} =0.625 µm,N=1×10⁹ m⁻²,初期ボイド率0.001),任意性がある.ここでは,一つの目安として,初期のガス総量が,油中の溶存ガス総量(大気圧下の体積割合で2 ~ 5%) 程度になるように設定した[h_0 =1 µm では P_{g0} =0.048 MPa-abs で初期ボイド率8.2%より,大気圧(0.101 MPa-abs) 下の油中のガス体積割合としては3.9%].油の蒸気圧は水の値(20 で2.3 kPa-abs)と比較して非常に低く真空 圧付近であることから, P_v =0 MPa-abs とした. $P_{cav onset}$ に関連して,今回の計算では油膜圧力が数 ms で蒸気圧ま



Fig. 7 Mesh model of the reed for FEM eigenvalue analysis and FVM oil film analysis.



Fig. 8 Natural modes and natural frequencies $[\omega_i/(2\pi)]$ obtained by FEM eigenvalue analysis.

で低下するため,溶存ガスが析出して気泡が初生するまでに(10 ms 程度⁽³³⁾とされる),油膜圧力が蒸気圧付近ま で低下していると考えられる.このため, $P_{cav onset} = 0$ MPa-abs(蒸気圧相当)とした.静的キャビテーションモデ ル(レイノルズ条件)における P_{cav} についても,最低値として設定し得る $P_{cav} = 0$ MPa-abs(蒸気圧相当)とした. また,キャビテーションモデルなし($P_{cav} = -$)の条件についても計算した.

リードの有限要素モデルにおける要素分割(兼,油膜の有限体積法における計算格子)を図7に示す.リードの周辺エッジには図2に示したように丸みがあり(図2「Edge part」),この丸みエッジ部(幅H/2)で2層を設けている.丸みエッジ部の初期油膜厚さは内部(図2「Inside part」)の初期油膜厚さ(表1「 h_0 」の値)にエッジの丸み分を加算する.また,実験装置ではリードと固定治具の間(図1の「Reed」と「Clamp」の間)にゴムが挟まれており,その弾性変形を考慮して固定端位置を根元側(-x 側)に1mm ずらしている(固定端とポート中心の距離が13mm).

固有振動解析には Nastran 2008r1 を使用した.採用するモードに関しては,対称形であるため,面外対称モードのみとした.また,高次のモード(面外対称8次[$\omega_8/(2\pi)$ =55.3 kHz]まで)を採用しても,開き遅れ時間への影響は最大で0.1 ms であり大きな差異が無かったため,計算時間の短縮化のため図8に示す6モードとした.

動的キャビテーションモデルでは,油膜圧力が中心線(y=0)に関して非対称となる不安定な挙動が生じた. このため,以下のように中心線に関して+y側と-y側とで油膜圧力を平均化した(下式の Poilaveを採用).

$$P_{oilave}(x, y) = P_{oilave}(x, -y) = \frac{1}{2} \left(P_{oil}(x, y) + P_{oil}(x, -y) \right)$$
(66)

また,弁変位が急増する開弁時には,根元側の油膜圧力がとくに不安定になる挙動が生じた.このため,シール 部のいずれかのセルが式(43)を満たした時点(油膜の吹き飛びが始まる時点であり,今回の計算条件では17.03 ms) 以降については,シール部以外の領域(r>5.5 mm)において P_{cavonset}(0 MPa-abs)を最低圧とする静的キャビテ ーションモデルに切り替えた.モデル切り替えの影響としては,根元部の油膜圧力を絶対圧0まで強制的に回復 させることから,開弁直後のリードの最大変位が大きくなる影響が考えられるが,油膜破壊開始直後に最大値と なるボア圧力に対しては影響が小さいと考えられる.

収束判定条件については,リードの運動方程式については釣り合い誤差が 0.1%以下,P₁とP_bについては反復間の変化率が 0.001%以下,P_{oi}については無次元化した方程式(対角項の係数が1)の残差が 10⁻⁶以下とした.

計算時間 (CPU: Intel Core i7 960, 倍精度, 1 CPU) については,静的キャビテーションモデルで約1日,動的 キャビテーションモデルで *t*=0 ms から開弁するまでは約7日であり,開弁後*t*=25 ms までは約1日である.



Fig. 9 Time series of the bore pressure and the reed displacement on the port. ($h_0 = 1 \mu m$)



Fig. 10 Time series of the oil film pressure in the seal area. ($h_0 = 1 \mu m, r = 4.75 mm, \psi = 0^\circ$ and $\psi = 90^\circ$)

4. 計算結果

計算の結果,キャビテーションのモデルによって,開き遅れ時間および発生する油膜圧力に違いが見られた. ボア圧力 P_b とリード変位 δ_p の計算結果を,実験結果⁽¹⁾とともに図9に示す.油膜圧力 P_{oil} の計算結果の一例として,シール部(ψ = 0°および90°の各シール幅中央位置)の結果を図10に示す.キャビテーションモデルなし, 静的キャビテーションモデル,および動的キャビテーションモデルの各モデルについて,順に結果を述べる.なお,リードの固定位置を1 mm 前後(固定端とポート中心の距離は13 mm ± 1 mm)させた計算も行ったが,開き遅れ時間に及ぼす影響は最大でも0.15 ms であり,キャビテーションのモデルによる開き遅れの違いは下記と同様である.

・キャビテーションモデルなしでは,図9に示すように,計算した時間域(0ms t 25ms)では開弁せず, 実験結果よりも大幅に開弁が遅れる.油膜圧力は,図10に示すように単調に低下を続ける.

・静的キャビテーションモデルでは,図9に示すように,実験よりも開き遅れ時間が短く,早く開弁する.油膜 圧力については,キャビテーション域の油膜圧力を *P_{cav}*=0 MPa-abs に設定しているため,図10 に示すように範 囲が *P_{oil}* 0 MPa-abs となる.

・動的キャビテーションモデルでは,実験に近い開き遅れ時間が得られるように,気泡の諸元(κ_b , r_{b0} ,N)を

決定している.その結果得られた油膜圧力を見てみると,図10に示すように絶対負圧(絶対圧0以下)が発生している発生する絶対負圧の大きさは、気泡の成長を直接考慮する連成計算の中で結果的に決まるものである.なお,続報⁽¹⁸⁾で述べるが,その気泡諸元を共用した計算により,溝のある弁座⁽¹⁾でも,実験に近い開き遅れ時間が得られることから,今回用いた気泡諸元にはある程度の汎用性が期待される.

以上の結果から,実験における開き遅れ時間を計算で再現するには,まず,キャビテーションのモデルが必要 なこと,そして,そのモデルは油膜圧力の絶対負圧を表現できることが必要であることが分かる.

キャビテーションのモデルは,圧力低下量とともに圧力分布のパターンにも影響する.キャビテーションモデルなしでは,図10に示すように ψ =0°よりも ψ =90°の方で圧力が低く,図示していないが ψ =180°ではさらに低くなり,圧力が低下する領域は局所的である.一方,静的キャビテーションモデルと動的キャビテーションモデルでは図10に示すように低圧の領域がシール部全体に拡がる傾向にある.このように圧力が低下する範囲が異なるため, ψ =0°と ψ =90°ではキャビテーションモデルありの方の圧力が早く低下する.しかし,その後はキャビテーションモデルありでは圧力の低下が鈍りやがて回復する一方,キャビテーションモデルなしでは圧力が低下し続ける.静的キャビテーションモデルと動的キャビテーションモデルの違いに関して,静的キャビテーションモデルではP= P_{cav} (一定値)の領域が拡がるが,動的キャビテーションモデルでは発生する絶対負圧は接触面全体で必ずしも均一ではなく(例えば図10のt=15 ms)ボア圧力の上昇とともに圧力分布のパターンが変化する.

図 10 に示す油膜圧力のうち,動的キャビテーションモデルでは,圧力が回復する前に減圧(張力の増加)が生 じている.この減圧の発生は,キャビテーション領域の拡がり方と関連している.すなわち,ボア圧力の上昇に 伴い,最初,キャビテーション領域がシール幅方向に拡がる過程では,キャビテーション領域以外(圧力が絶対 圧0以上)の油膜圧力が低下し,すでにキャビテーション領域となった位置では圧力はほぼ一定に推移する(図 10の ψ =0°では,9ms t 13ms).そして,キャビテーション領域がシールの両端を残してシール幅いっぱ いに拡がった後は,そのキャビテーション領域の圧力自体が低下して減圧挙動が生じる(ψ =0°では,13ms t

15 ms).

油膜圧力の分布は,第2・3節のモデルに示したようにリード変形およびキャビテーション気泡の発生状況に依存するため,それらの関係について続報⁽¹⁸⁾で詳述する.

5. 結 言

リード弁の開き遅れ挙動を計算で予測する試みとして,リード変形 ガス流れ 油膜流れの連成計算モデルを 構成し,キャビテーションのモデルが開き遅れ挙動に及ぼす影響を調査した.

- (1) 以下の特徴を有する連成時刻歴計算法を構成した.
- ・有限要素法のシェル要素を用いて二次元のリード変形を表現する.
- ・熱力学モデルによりボア圧力変化を表現する.
- ・非構造格子を用いた有限体積法により二次元の油膜圧力分布を求める.
- ・気泡成長を直接考慮する「動的キャビテーションモデル」により油膜圧力の絶対負圧を表現するとともに、体積変化の液体分率を導入して気泡成長が油膜圧力に及ぼす影響を定量化する。
- ・油膜吹き飛びモデルを導入し,吹き飛びに伴うガス流路断面積の変化を考慮する.
- ・分離型反復法による漸近的強連成法により各方程式を連成させる.

(2) キャビテーションモデルなし,油膜の最低圧力を絶対圧0 とする「静的キャビテーションモデル」および上記の「動的キャビテーションモデル」の3モデルを比較した.その結果,開き遅れ時間を計算で再現するには, まず,キャビテーションのモデルが必要なこと,そして,そのモデルは「動的キャビテーションモデル」のよう に油膜圧力の絶対負圧を表現できる必要があることを確認した.また,モデルの違いが油膜圧力分布のパターン にも影響することを確認した.

文 献

(1) 吉住文太,近藤靖裕,吉田一徳,諸井隆宏,玉野真司,森西洋平,"圧縮機の冷媒ガス吐出用リード弁における開

き遅れ現象(開弁過程における油膜挙動の可視化と弁変形計測)",日本機械学会論文集 C 編, Vol. 78, No. 795 (2012), pp. 3787-3802.

- (2) 黒田成昭,堀幸夫 "スクイズフィルムの研究 負のスクイズにおけるキャビテーションと流体内張力について ", 潤滑, Vol. 23, No. 6 (1978), pp. 436-442.
- (3) Hays, D. F., and Feiten, J. B., "Cavitation between Moving Parallel Plates", *In Proceedings of the Symposium on Cavitation in Real Liquids* (GM Research Labs, Warren, Michigan; Elsevier Publishing Co., New York) (1962), pp. 122-138.
- (4) Chen, X., Sun, M., Wang, W., Sun D. C., Zhang, Z., and Wang, X., "Experimental Investigation of Time-dependent Cavitation in an Oscillatory Squeeze Film", *Science in China, Series G, Physics, Mechanics & Astronomy*, Vol. 47 (2004), pp. 107-117.
- (5) Wambsganss, M. W., and Cohen, R., "Dynamics of a Reciprocating Compressor with Automatic Reed Valves. I, Theory and Simulation", *Proceedings of the XII International Congress of Refrigeration* (1967), pp. 779-790.
- (6) Wambsganss, M. W., and Cohen, R., "Dynamics of a Reciprocating Compressor with Automatic Reed Valves. II, Experiments and Evaluation", *Proceedings of the XII International Congress of Refrigeration* (1967), pp. 791-799.
- (7) 木村直文, "フロンガス中における吐出弁の挙動解析", 豊田自動織機技報, No. 40 (2000), pp. 11-15.
- (8) Courtois, S., Arnoult, E., Wagstaff, P., and Gavric, L., "On Finite Element Modeling of Valve Dynamics: Impacts, Oil Stiction, Gas Flow, ...", Sixteenth International Compressor Engineering Conference at Purdue (2002), C13-2.
- (9) 山本勝一,黒沢寿悦, "リード弁周りの流れ解析",日本機械学会2004年度年次大会講演論文集(2004), pp. 383-384.
- (10) 田中寿光,森西洋平,諸井隆宏,近藤靖裕,"ピストン式コンプレッサにおける流体-構造連成問題の数値解析", 第 22 回数値流体力学シンポジウム講演要旨集 (2008),110-1.
- (11) 田中寿光, "コンプレッサ内流動と弁運動の干渉問題の数値解析", 名古屋工業大学大学院工学研究科修士論文 (2009).
- (12) Jakobsson, B., and Floberg, L., "The Finite Journal Bearing Considering Vaporization", *Transactions of Chalmers University* of *Technology* (1957), Vol. 190.
- (13) Olsson, K. O., "Cavitation in Dynamically Loaded Bearings", *Transactions of Chalmers University of Technology* (1965), Vol. 308.
- (14) Elrod, H. G, "A Cavitation Algorithm", *Transactions of the ASME*, *Journal of Lubrication Technology*, Vol. 103, No. 3 (1981), pp. 350-354.
- (15) Haber, S., and Etsion, I., "Analysis of an Oscillatory Oil Squeeze Film Containing a Central Gas Bubble", ASLE Transactions, Vol. 28, No. 2 (1985), pp. 253-260.
- (16) Natsumeda, S. and Someya, T., "The Effect of the Surface Dilational Viscosity to the Negative Pressure in the Oil Film of Journal Bearings", *Proceedings of the Japan International Tribology Conference* (1990), pp. 1617-1622.
- (17) Geike, T. and Popov, V. L., "A Bubble Dynamics Based Approach to the Simulation of Cavitation in Lubricated Contacts", *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, Vol. 131 (2009), pp. 011704-1-011704-6.
- (18) 吉住文太,近藤靖裕,諸井隆宏,玉野真司,森西洋平,"圧縮機の吐出用リード弁における開き遅れ挙動の計算(弁 変形-ガス流れ-油膜流れ連成挙動と開弁メカニズム)",日本機械学会論文集 B 編, Vol. xx, No. xxx (2013), pp. xxxx-xxxx.
- (19) Chung, J., and Hulbert, G. M., "A Time Integration Algorithm for Structural Dynamics With Improved Numerical Dissipation: The Generalized-α Method", *Transactions of the ASME*, *Journal of Applied Mechanics*, Vol.60 (1993), pp. 371-.375.
- (20) 日本機械学会編,数値積分法の基礎と応用(2003), p. 39, コロナ社.
- (21) 松尾一泰, 圧縮性流体力学(1994), 7章, 理工学社.
- (22) 山口惇,田中裕久,油空圧工学(1986),5章,コロナ社.
- (23) Patir, N., and Cheng, H. S., "An Average Flow Model for Determining Effects of Three-Dimensional Roughness on Partial Hydrodynamic Lubrication", *Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology*, Vol. 100 (1978), pp. 12-17.
- (24) Patir, N., and Cheng, H. S., "Application of Average Flow Model to Lubrication Between Rough Sliding Surfaces", *Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology*, Vol. 101 (1979), pp. 220-230.
- (25) 三田修三, "ピストンリングの摩擦潤滑機構に関する研究 表面粗さ及び油膜境界条件の影響"(1987), p. 118, 東京大学博士論文.

- (26) Ubbink, O., "Numerical Prediction of Two Fluid Systems With Sharp Interfaces" (1997), Chapter 3, *Diploma of Imperial College*.
- (27) Scriven, L. E., "Dynamics of a Fluid Interface, Equation of Motion for Newtonian Surface Fluids", *Chemical Engineering Science*, Vol. 12, No. 2 (1960), pp. 98-108.
- (28) 井田富夫, 杉谷恒也, " 圧力変化を受ける油中の気ほうの運動: 第1報, 単一気ほうの実験解析", 日本機械学会論 文集 B 編, Vol. 45, No. 399 (1979), pp. 1650-1658.
- (29) Nigam, N. C., and Jennings, P. C., "Calculation of Response Spectra from Strong Motion Earthquake Records", *Bulletin of the Seismological Society of America (BSSA)*, Vol. 59, No. 2 (1964), pp. 909-922.
- (30) 山口惇,林克行,朴河澈,"油中気泡の収縮・消滅に関する研究",日本機械学会論文集 B 編, Vol. 48, No. 434 (1982), pp. 1930-1935.
- (31) Plesset, M. S., and Hsieh, D. Y., "Theory of Gas Bubble Dynamics in Oscillating Pressure Fields", *The Physics of Fluids*, Vol. 3, No. 6 (1960), pp. 882-892.
- (32) Greenwood, J. A., and Tripp, J. H., "The Contact of Two Nominally Flat Rough Surfaces", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Vol. 185, (1970), pp. 625-633.
- (33) 山口惇,"油圧作動油のキャビテーション(第4部 絞り部キャビテーションの発生遅れ)",油圧と空気圧, Vol. 10, No. 6 (1979), pp. 368-374.