# DOA-Matrix法とSAGEアルゴリズムを併用した到来電波の到来方向と角度広がりの同時推定

奥野　将士[†]　　菊間　信良[†a)]　　平山　裕[†]　　榊原久二男[†]

# Joint Estimation of DOA and Angular Spread of Incident Radio Waves Using DOA-Matrix Method and SAGE Algorithm

Masashi OKUNO[†], Nobuyoshi KIKUMA[†a)], Hiroshi HIRAYAMA[†], and Kunio SAKAKIBARA[†]

**あらまし**　角度広がりのある到来波の到来方向及び角度広がり推定を行うために積分型モードベクトルが提案され，Capon法やMUSIC法などの探索型アルゴリズムに基づいた手法の検討が行われてきた．しかし，これらの手法は到来方向と角度広がりに関するスペクトラムの2次元ピークサーチを行うため，推定に要する計算負荷が問題となる．そこで本論文では，到来方向と角度広がり推定における計算負荷軽減のために，非探索型アルゴリズムであるDOA-Matrix法を用いた推定手法を提案する．更に，SAGEアルゴリズムを併用することによって，DOA-Matrix法における信号モデルの近似誤差を抑え，角度広がりの推定性能改善が可能であることを計算機シミュレーションにより示す．

**キーワード**　到来方向，角度広がり，DOA-Matrix法，SAGEアルゴリズム，アレーアンテナ

## 1. まえがき

移動体通信や無線LANなどでは，状況や環境に応じて電波伝搬構造を詳細に把握することが，通信品質を維持するために不可欠である．それ故，到来波（多重波，干渉波を含む）の分離推定が重要な技術となり，高分解能な到来方向推定の手段として，アレーアンテナにさまざまなアルゴリズムを適用した到来方向推定法が注目を浴びている [1]．

アレーアンテナを用いた到来方向推定における最も基本的な方法は，フーリエ変換と同じ原理であるビームフォーマ (beamformer) である．その後，Capon法やアレーアンテナの入力の相関行列の固有値分解に基づくMUSIC (MUltiple SIgnal Classification) 法 [2]，ESPRIT (Estimation of SIgnal Parameters via Rotational Invariance Techniques) [3] やDOA-Matrix法 [4] などが提案され，その高い角度分解能特性が数多く紹介されている [1], [5]．これらの手法は基本的に角度広がりのない平面波を推定対象としているが，無線通信において受信点に到来する波は，障害物による反射・回折・散乱が生じる場合は角度広がりを考慮する必要がある．レーダにおいても対象となる物体が大きく，複数の場所から電波が反射されるような場合は点波源とみなせなくなるため，同様の状況になると考えられる [6]～[8]．

このような理由から，昨今，角度広がり推定の検討がなされており，到来方向 (DOA: Direction Of Arrival) 及び角度広がり (AS: Angular Spread) を同時推定する手法の一つとして，積分型モードベクトルを用いる方法が提案されている [6]～[8]．しかし，これらの手法は探索型アルゴリズムを用いているため，推定にかなりの時間を要するという欠点がある．そこで本論文では，この問題点を解決するため，非探索型アルゴリズムであるDOA-Matrix法 [4] を用いた到来方向及び角度広がりの同時推定手法 [9], [10] を提案する．更に，角度広がり推定精度を向上させるために，SAGEアルゴリズム [11] を併用したSAGE-DOA-Matrix法 [9], [10] を提案する．そして，計算機シミュレーションにより提案法の推定性能を解析し，その有効性を明らかにする．

† 名古屋工業大学大学院工学研究科情報工学専攻，名古屋市
Department of Computer Science and Engineering, Nagoya Institute of Technology, Nagoya-shi, 466–8555 Japan
a) E-mail: kikuma@m.ieice.org

　

以下に本論文の構成を示す．**2.** で角度広がりをもつ波が到来した場合の受信信号モデルを定式化する．更に，到来方向と角度広がりの同時推定を行うために拡張された積分型モードベクトルについて説明する．続いて **3.** で，DOA-Matrix 法を用いた角度広がり推定手法，及び SAGE アルゴリズムを併用した SAGE-DOA-Matrix 法を提案する．そして **4.** では，計算機シミュレーションを用いた特性評価により提案法の有効性を示す．最後に **5.** で，結論と今後の課題について述べる．

## 2. アレーアンテナと信号モデル

### 2.1 入力モデル

図 1 に到来波とそれを受信するアレーアンテナのモデルを示す．角度広がりをもつ $L$ 波の波群が，それぞれ到来方向 (DOA) $\theta_l(l=1,2,\cdots,L)$，角度広がり (AS) $\Delta\theta_l$ で到来する場合を考える．各波群は遠方界波源で，その角度広がり内に存在する $M_l$ 波の素波（平面波）から構成されているものとして，各波群の到来方向 $\theta_l$ と角度広がり $\Delta\theta_l$ を以下のように定義している [6]～[8]．

$$\theta_l = \frac{\theta_{lM_l}+\theta_{l1}}{2},\quad \Delta\theta_l = \theta_{lM_l}-\theta_{l1} \qquad (1)$$
$$(\theta_{l1}<\theta_{l2}<\cdots<\theta_{lM_l})$$

また，アレーアンテナは $K$ 素子の等間隔リニアアレーとし，その素子間隔は $d$ とする．このとき，アレーアンテナの受信信号ベクトル $\boldsymbol{x}(t)$ は以下のように表される．

$$\boldsymbol{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \cdots, x_K(t)]^T$$

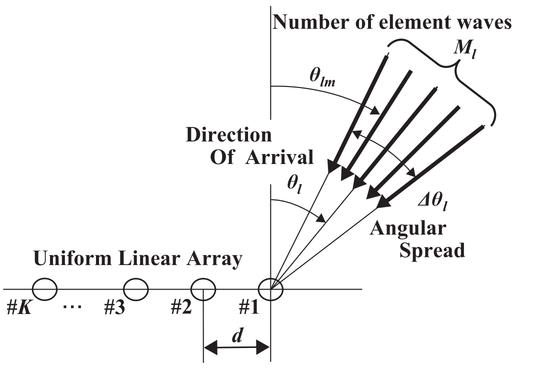


図 1 アレーアンテナと角度広がりをもつ到来波
Fig. 1 Array antenna and incident waves with angular spread.

$$= \sum_{l=1}^{L} \boldsymbol{x}_l(t) + \boldsymbol{n}(t) \qquad (2)$$

$$\boldsymbol{x}_l(t) = \sum_{m=1}^{M_l} A_{lm}(t)\boldsymbol{a}_o(\theta_{lm}) \qquad (3)$$

$$\boldsymbol{a}_o(\theta) = [a_{o1}(\theta), a_{o2}(\theta), \cdots, a_{oK}(\theta)]^T \qquad (4)$$

$$a_{ok}(\theta) = e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(k-1)d\sin\theta} \quad (k=1,\cdots,K) \qquad (5)$$

$x_k(t)$ : 第 $k$ 素子の受信信号

$A_{lm}(t)$ : 第 $l$ 波群の第 $m$ 素波の複素振幅

$\boldsymbol{a}_o(\theta)$ : アレー応答ベクトル（モードベクトル）

$\theta_{lm}$ : 第 $l$ 波群の第 $m$ 素波の到来方向

$\boldsymbol{n}(t)$ : 熱雑音ベクトル

ここで，$\lambda$ は搬送波の波長を，添字 $T$ は転置を示す．また，同一波群内の素波間の相関は完全相関（コヒーレント）としている．

### 2.2 積分型モードベクトル

到来波群を構成する素波が角度広がり $\Delta\theta_l$ 内で連続的に存在すると仮定すると，式 (3) の総和計算を以下のように積分計算で近似することができる [6]～[8]．

$$\sum_{m=1}^{M_l} A_{lm}(t)\boldsymbol{a}_o(\theta_{lm})$$
$$\simeq s_l(t)\int_{-\Delta\theta_l/2}^{\Delta\theta_l/2} V_l(\theta_l+z)\boldsymbol{a}_o(\theta_l+z)\,dz \qquad (6)$$

$$s_l(t) = \sum_{m=1}^{M_l} A_{lm}(t),\quad z=\theta_{lm}-\theta_l \qquad (7)$$

ここで，$V_l(\theta)$ は第 $l$ 到来波群を構成する素波の角度分布を表す密度関数（複素数）で

$$\int_{-\Delta\theta_l/2}^{\Delta\theta_l/2} V_l(\theta_l+z)\,dz = 1 \qquad (8)$$

を満たし，観測時間内で時間変動しないものとする．

式 (6) の右辺の積分部分を新たなアレー応答ベクトル $\boldsymbol{a}(\theta,\Delta\theta)$ とすると，

$$\boldsymbol{a}(\theta,\Delta\theta)$$
$$= \int_{-\Delta\theta/2}^{\Delta\theta/2} V(\theta+z)\boldsymbol{a}_o(\theta+z)\,dz$$
$$= [a_1(\theta,\Delta\theta),\cdots,a_K(\theta,\Delta\theta)]^T \qquad (9)$$

$$a_k(\theta,\Delta\theta)$$
$$= \int_{-\Delta\theta/2}^{\Delta\theta/2} V(\theta+z)a_{ok}(\theta+z)\,dz$$

$$= \int_{-\Delta\theta/2}^{\Delta\theta/2} V(\theta+z) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(k-1)d\sin(\theta+z)}\, dz$$
$$(k = 1, \cdots, K) \tag{10}$$

となる．$\boldsymbol{a}(\theta, \Delta\theta)$ は素波の角度分布を考慮に入れた積分型モードベクトルであり，この積分型モードベクトルを用いることで，到来方向 $\theta$ と角度広がり $\Delta\theta$ の同時推定が可能となる．角度広がり $\Delta\theta$ がそれほど大きなものではない ($\Delta\theta \simeq 0$) とすると，式 (10) は $\cos z \simeq 1$, $\sin z \simeq z$ の近似を用いて，以下のようになる．

$$\begin{aligned} a_k(\theta, \Delta\theta) &\\ \simeq \int_{-\Delta\theta/2}^{\Delta\theta/2} V(\theta+z) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(k-1)d(\sin\theta + z\cos\theta)}\, dz &\\ = a_{ok}(\theta) \int_{-\Delta\theta/2}^{\Delta\theta/2} V(\theta+z) e^{-jz\frac{2\pi}{\lambda}(k-1)d\cos\theta}\, dz & \end{aligned} \tag{11}$$

式 (11) の関数 $V(z)$ は任意に与えることが可能であり，$V(z)$ を実際の電波伝搬環境に合わせることにより正確な推定が可能となる．しかし，$V(z)$ が複雑な関数になると，積分が解析的に得られず数値計算に頼らざるを得なくなるため，計算コストが増加して実用的ではない．そこで本検討では，モードベクトル内の各素波の振幅については等振幅，位相については同相 ($0°$) の一様分布として角度分布関数 $V(z)$ を設定した．これにより $a_k(\theta, \Delta\theta)$ は，

$$a_k(\theta, \Delta\theta) = a_{ok}(\theta)\mathrm{sinc}\left\{\frac{\pi}{\lambda}(k-1)d\Delta\theta\cos\theta\right\} \tag{12}$$

と表せる．ただし，$\mathrm{sinc}(x) = \sin x/x$ である．本研究では，式 (12) で構成されるモードベクトルを一様積分型モードベクトルと呼ぶ．

## 3. DOA-Matrix 法を用いた AS 推定

### 3.1 DOA-Matrix 法

$K$ 素子の 1 素子目から $(K-1)$ 素子目，及び 2 素子目から $K$ 素子目の二つのサブアレー 1，2 を考える．この $(K-1)$ 素子の二つのサブアレー 1，2 の入力信号ベクトル $\boldsymbol{x}_{(1)}(t)$, $\boldsymbol{x}_{(2)}(t)$ は，各波群の素波の角度分布が一様分布であるとして **2.2** の積分型モードベクトルを用いると，次式で表される．

$$\boldsymbol{x}_{(1)}(t) = \boldsymbol{A}_{(1)}\boldsymbol{s}(t) + \boldsymbol{n}_{(1)}(t) \tag{13}$$
$$\boldsymbol{x}_{(2)}(t) = \boldsymbol{A}_{(2)}\boldsymbol{s}(t) + \boldsymbol{n}_{(2)}(t) \tag{14}$$
$$\boldsymbol{A}_{(1)} = \left[\boldsymbol{a}_{(1)}(\theta_1, \Delta\theta_1), \cdots, \boldsymbol{a}_{(1)}(\theta_L, \Delta\theta_L)\right] \tag{15}$$
$$\boldsymbol{A}_{(2)} = \left[\boldsymbol{a}_{(2)}(\theta_1, \Delta\theta_1), \cdots, \boldsymbol{a}_{(2)}(\theta_L, \Delta\theta_L)\right] \tag{16}$$
$$\boldsymbol{a}_{(1)}(\theta, \Delta\theta) = [a_1(\theta, \Delta\theta), \cdots, a_{K-1}(\theta, \Delta\theta)]^T \tag{17}$$
$$\boldsymbol{a}_{(2)}(\theta, \Delta\theta) = [a_2(\theta, \Delta\theta), \cdots, a_K(\theta, \Delta\theta)]^T \tag{18}$$
$$\boldsymbol{s}(t) = [s_1(t), \cdots, s_L(t)]^T \tag{19}$$

ただし，$\boldsymbol{n}_{(1)}(t)$, $\boldsymbol{n}_{(2)}(t)$ はそれぞれサブアレー 1, 2 の熱雑音ベクトルである．

ここで，

$$\frac{\mathrm{sinc}\left\{\frac{\pi}{\lambda}(k-1)d\Delta\theta\cos\theta\right\}}{\mathrm{sinc}\left\{\frac{\pi}{\lambda}(k-2)d\Delta\theta\cos\theta\right\}} \simeq 1 \tag{20}$$

と近似すると，式 (14) は，

$$\boldsymbol{x}_{(2)}(t) = \boldsymbol{A}_{(1)}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{s}(t) + \boldsymbol{n}_{(2)}(t) \tag{21}$$
$$\boldsymbol{\Phi} = \mathrm{diag}\left\{e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta_1}, \cdots, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta_L}\right\} \tag{22}$$

と表され，式 (13) とともに用いることで DOA-Matrix 法 [4] の適用が可能となる．すなわち，$\boldsymbol{R}_{11}$ を $\boldsymbol{x}_{(1)}(t)$ の自己相関行列，$\boldsymbol{R}_{21}$ を $\boldsymbol{x}_{(2)}(t)$ と $\boldsymbol{x}_{(1)}(t)$ の相互相関行列とおいて

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}_{21}\boldsymbol{R}_{11}^{-1} \tag{23}$$

を計算する．このとき，自己相関行列 $\boldsymbol{R}_{11}$ に含まれる内部雑音成分を取り除くために，本論文では，到来波群数 $L$ を既知として $\boldsymbol{R}_{11}$ の固有空間の信号部分空間のみを用い，以下のように $\boldsymbol{R}_{11}$ の逆行列（一般逆行列）を求めている．

$$\boldsymbol{R}_{11}^{-1} = \boldsymbol{E}_s\boldsymbol{\Lambda}_s^{-1}\boldsymbol{E}_s^H \tag{24}$$
$$\boldsymbol{E}_s = [\boldsymbol{e}_1, \cdots, \boldsymbol{e}_L] \tag{25}$$
$$\boldsymbol{\Lambda}_s = \mathrm{diag}\{\mu_1 - \mu_{\min}, \cdots, \mu_L - \mu_{\min}\} \tag{26}$$

ここに，$\{\mu_1, \cdots, \mu_L\}$, $\{\boldsymbol{e}_1, \cdots, \boldsymbol{e}_L\}$ はそれぞれ $\boldsymbol{R}_{11}$ の信号部分空間の固有値と固有ベクトル，$\mu_{\min}$ は最小固有値である．式 (23) の $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}_{21}\boldsymbol{R}_{11}^{-1}$ を変形すると，$\boldsymbol{R}\boldsymbol{A}_{(1)} = \boldsymbol{A}_{(1)}\boldsymbol{\Phi}$ の関係が得られる [4]．ここで，$\boldsymbol{R}$ の固有値は対角行列 $\boldsymbol{\Phi}$ に対応するため，この固有値から到来方向 $\theta_l$ の推定値を求めることができる．一方，$\boldsymbol{R}$ の固有ベクトルは積分型モードベクトル $\boldsymbol{a}_{(1)}(\theta_l, \Delta\theta_l)$ からなる行列 $\boldsymbol{A}_{(1)}$ に対応する．そのた

め，個々の固有ベクトルの成分比（例えば，第 2 成分と第 1 成分の比）をとり，これに固有値から求めた到来方向推定値を代入することで，角度広がり $\Delta\theta_l$ の推定値を求めることができる [9], [10]．本手法は，到来方向と角度広がりに関するスペクトラムの 2 次元ピークサーチを行わないので，処理時間の大幅な短縮が大きな利点である．

### 3.2 SAGE アルゴリズムを導入した SAGE-DOA-Matrix 法

**3.1** では，非探索型アルゴリズムである DOA-Matrix 法に対して積分型モードベクトルを適用することで，到来方向及び角度広がりの同時推定が可能となることを示した．しかし，本来の入力信号 $\boldsymbol{x}(t)$ は素波の総和であるため，式 (2)，(3) から

$$\boldsymbol{x}(t)=\sum_{l=1}^{L}\sum_{m=1}^{M_l}A_{lm}(t)\boldsymbol{a}_o(\theta_{lm})+\boldsymbol{n}(t) \tag{27}$$

と表現されるのに対して，DOA-Matrix 法を用いた角度広がり推定では，

$$\boldsymbol{x}(t)=\sum_{l=1}^{L}s_l(t)\boldsymbol{a}(\theta_l,\Delta\theta_l)+\boldsymbol{n}(t) \tag{28}$$

と近似して計算を行っている．そのため，近似誤差による推定精度の劣化が想定される．

本節では，**3.1** の推定手法に SAGE アルゴリズムを導入することで，近似誤差による影響を取り除く．EM アルゴリズムを用いても得られる推定精度はほとんど変わらないが，収束の速さ及びそれに伴う全計算量の少なさから SAGE アルゴリズムを採用している．以下，DOA-Matrix 法と SAGE アルゴリズムを組み合わせた SAGE-DOA-Matrix 法 [9], [10] について説明を行う．角度広がりをもった波群が $L$ 波到来する場合における反復第 $i$ 回目の第 $l$ 波群の SAGE サイクル (E-Step と M-Step) は，具体的に次のように表される．

E-Step

第 $l$ 波の到来角及び角度広がりの推定値を $\theta_l^{(i,l-1)}$, $\Delta\theta_l^{(i,l-1)}$ 複素振幅の推定値を $s_l^{(i,l-1)}(t)$ とする．このとき，完全データの最尤推定値 $\boldsymbol{x}_l^{(i,l-1)}(t)$ は，式 (27) に基づいて次式のように信号成分と雑音成分の和で表される．

$$\boldsymbol{x}_l^{(i,l-1)}(t)=\sum_{m=1}^{M_l}\frac{1}{M_l}s_l^{(i,l-1)}(t)\boldsymbol{a}_0(\theta_{lm}^{(i,l-1)})$$
$$+\beta_l\left[\boldsymbol{x}(t)-\sum_{l=1}^{L}\sum_{m=1}^{M_l}\frac{1}{M_l}s_l^{(i,l-1)}(t)\boldsymbol{a}_0(\theta_{lm}^{(i,l-1)})\right] \tag{29}$$

ただし，$\theta_{lm}^{(i,l-1)}$ は推定値 $\theta_l^{(i,l-1)},\Delta\theta_l^{(i,l-1)}$ により更新される値で，波群を構成する各素波の到来方向を示す．また，$\beta_l$ は雑音項の推定に関する非負の係数であり，ここでは定数 ($\beta_l=0.5$) とする．本研究では DOA-Matrix 法を適用するため，更に以下のように表現する．

まず，DOA-Matrix 法を用いた推定時の信号モデル近似による影響を取り除くため，式 (29) の信号成分に対しては積分型モードベクトルを適用する．一方で，雑音成分に関しては，雑音推定の精度を向上するために，素波の総和によるモデルを用いる．

$$\boldsymbol{x}_l^{(i,l-1)}(t)=s_l^{(i,l-1)}(t)\boldsymbol{a}(\theta_l^{(i,l-1)},\Delta\theta_l^{(i,l-1)})$$
$$+\beta_l\left[\boldsymbol{x}(t)-\sum_{l=1}^{L}\sum_{m=1}^{\hat{M}_l}\frac{1}{\hat{M}_l}s_l^{(i,l-1)}(t)\boldsymbol{a}_0(\theta_{lm}^{(i,l-1)})\right] \tag{30}$$

ただし，$\hat{M}_l$ は第 $l$ 波群の想定素波数であり，未知数である $M_l$ の代わりに用いている．

M-Step

E-Step で求めた完全データ $\boldsymbol{x}_l^{(i,l-1)}(t)$ のゆう度を最大化するパラメータ $\theta_l^{(i,l)},\Delta\theta_l^{(i,l)},\boldsymbol{s}^{(i,l)}(t)$ を推定し，パラメータ値を更新する．推定された $l$ 番目到来波群の完全データ $\boldsymbol{x}_l^{(i,l-1)}(t)$ のゆう度を最大化するパラメータ $\theta_l^{(i,l)}$ 及び $\Delta\theta_l^{(i,l)}$ は，**3.1** で説明した DOA-Matrix 法により求める．続いて，求めた $\theta_l^{(i,l)},\Delta\theta_l^{(i,l)}$ を用いて，モード行列 $\boldsymbol{A}^{(i,l)}$，信号 $\boldsymbol{s}^{(i,l)}(t)$，及び各素波の到来方向 $\theta_{lm}^{(i,l)}$ を更新する．

上記の E-step，M-step は，推定値が収束するまで繰り返される．

## 4. 計算機シミュレーションによる検討

### 4.1 シミュレーション条件

提案法の特性を検討するために，表 1 に示す条件で計算機シミュレーションを行った．比較に用いたアルゴリズムは表 2 に示した 4 手法である．なお，SAGE アルゴリズムの初期値は DOA-Matrix 法の推定値を用いており，反復回数は 20 回（収束済）としている．推定結果の評価は，到来方向推定値に関しては式 (31) の 2 乗平均誤差 (RMSE: Root Mean Square Error),

表 1　シミュレーション条件
Table 1　Simulation conditions.

| | |
|---|---|
| アレー形状 | 等間隔リニアアレー |
| アレーの素子数 $K$ | 15 |
| 素子間隔 $d$ | 0.5 $\lambda$ |
| スナップショット数 | 30 |
| 積分型モードベクトル | 一様積分型 |
| 試行回数 | 200 |

表 2　比較に用いたアルゴリズム
Table 2　Algorithms used for comparison.

| | 探索 / 非探索 | 固有値分解 |
|---|---|---|
| DOA-Matrix 法 [4], [9], [10] | 非探索型 | 有り |
| SAGE-DOA-Matrix 法 [9], [10] | 非探索型 | 有り |
| DECCIM1 [8] | 探索型 | 無し |
| 積分型 MUSIC 法 [6] | 探索型 | 有り |

角度広がり推定値に関しては式 (32) の真値に対する相対誤差 (ERROR) により行っている．

$$\mathrm{RMSE}=\sqrt{\frac{1}{N_{tr}}\sum_{i=1}^{N_{tr}}\left\{\frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}\left(\hat{\theta}_{l,i}-\theta_{l,i}\right)^2\right\}} \tag{31}$$

$$\mathrm{ERROR}=\frac{1}{N_{tr}}\sum_{i=1}^{N_{tr}}\left\{\frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}\frac{\left|\Delta\theta_l-\Delta\hat{\theta}_{l,i}\right|}{\Delta\theta_l}\right\} \tag{32}$$

$(\theta_l, \Delta\theta_l)$ : 第 $l$ 波群の到来角と角度広がりの真値
$\left(\hat{\theta}_{l,i}, \Delta\hat{\theta}_{l,i}\right)$ : 第 $i$ 回目試行における第 $l$ 波群の到来角と角度広がりの推定値
$N_{tr}$ : 試行回数

入力 SNR については以下のように定義した．

$$入力\ \mathrm{SNR}=\frac{|\ 素波の複素振幅の和\ |^2}{熱雑音電力} \tag{33}$$

また，角度広がり内の素波の到来間隔は等間隔とし，素波の角度分布は等振幅で，0° の同相（同相完全相関）としている．これは積分型モードベクトルの角度分布関数と同じ設定で，もっとも良い条件の下で推定性能の比較評価を行うのがねらいである．実際に到来する素波の振幅や位相が積分型モードベクトルで仮定した分布関数と異なる場合は，推定精度の低下が生じると思われる．これについての検討は今後の課題としたい．

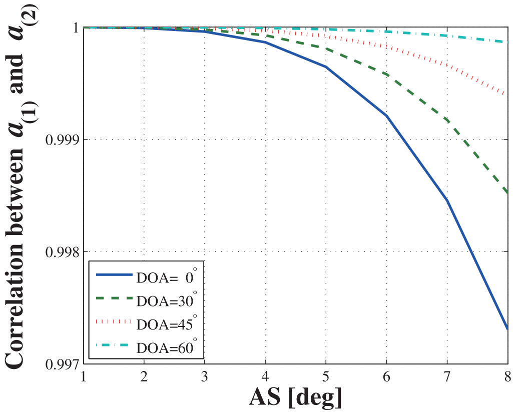


図 2　角度広がりの変化に対する積分型モードベクトル $\boldsymbol{a}_{(1)}$ と $\boldsymbol{a}_{(2)}$ の空間相関係数
Fig. 2　Correlation between $\boldsymbol{a}_{(1)}$ and $\boldsymbol{a}_{(2)}$ versus AS.

### 4.2　シミュレーション結果

#### 4.2.1　二つのサブアレーの積分型モードベクトルの空間相関

シミュレーションによる詳細検討に入る前に，式 (20) の近似が成り立ち，DOA-Matrix 法の適用が可能であることを確認する．図 2 は，サブアレー 1 と 2 の積分型モードベクトル $\boldsymbol{a}_{(1)}(\theta, \Delta\theta)$ と $\boldsymbol{a}_{(2)}(\theta, \Delta\theta)$ の空間相関を表す．図の横軸は角度広がり $\Delta\theta$，縦軸は二つの積分型モードベクトルの空間相関係数の大きさで，到来方向 $(\theta)$ を 0°，30°，45°，60° と変化させている．

図から分かるように，両ベクトルの相関係数は極めて 1 に近いことが確認できる．したがって，式 (20) の近似は本アレーにおいて妥当であり，DOA-Matrix 法が十分に適用可能であると言える．

#### 4.2.2　想定素波数を変化させた場合の検討

SAGE-DOA-Matrix 法では，SAGE サイクルの E-Step において完全データを構成する際に，到来波群の素波数に関する情報（想定素波数 $\hat{M}$）を必要とする．しかしながら，素波数はターゲットと周辺環境に依って変化するため，既知情報とするのは簡単なことではない．そこで本項では，式 (30) における想定素波数が推定精度に及ぼす影響について検討を行った．電波環境を表 3 に，そのときの推定結果を図 3，4 に示す．

図 3，4 より，到来方向の推定精度は想定素波数に依らずほぼ一定であるのに対して，角度広がりの推定精度は想定素波数が真値から離れるにつれて低下することが分かる．特に，想定素波数を真値より小さい値に

表 3　電波環境（想定素波数変化）
Table 3　Radio environment (Assumed number of element waves is varied).

| | case 1 | case 2 |
|---|---|---|
| 波群数 $L$ | 1 | 1 |
| 到来方向 $\theta$, 角度広がり $\Delta\theta$ | 30°, 3° | 30°, 6° |
| 素波数 $M$ | 15 | 30 |
| 素波の位相分布 | 一定値 0° | 一定値 0° |
| 素波間の相関係数 | 同相完全相関 | 同相完全相関 |
| 入力 SNR | 20 dB | 20 dB |

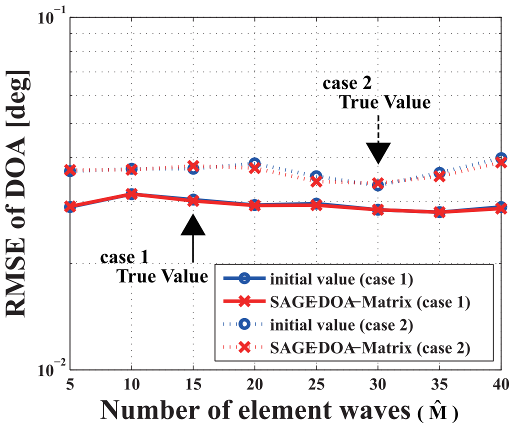


図 3　想定素波数に対する到来方向推定値の RMSE（表 3）
Fig. 3　RMSE of DOA estimates versus assumed number of element waves (Table 3).

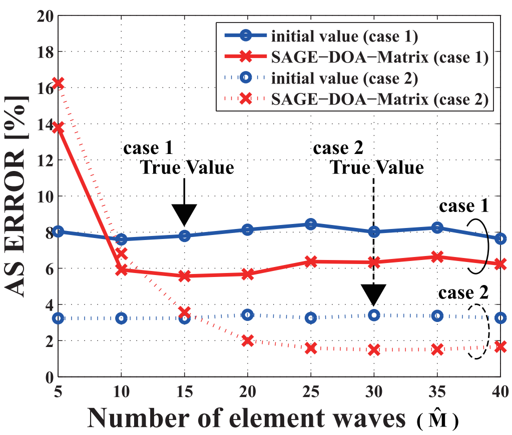


図 4　想定素波数に対する角度広がり推定値の相対誤差（表 3）
Fig. 4　ERROR of AS estimates versus assumed number of element waves (Table 3).

見積もると，角度広がり推定精度が大幅に劣化することを確認できる．これは，SAGE サイクルの E-Step において完全データを構成する際に，雑音成分の推定が適切に行われないためである．

表 4　電波環境（素波数変化）
Table 4　Radio environment (Number of element waves is varied).

| | |
|---|---|
| 波群数 $L$ | 1 |
| 到来方向 $\theta$, 角度広がり $\Delta\theta$ | 30°, 6° |
| 素波数 $M$ | 5～50 |
| 素波の位相分布 | 一定値 0° |
| 素波間の相関係数 | 同相完全相関 |
| 入力 SNR | 20 dB |

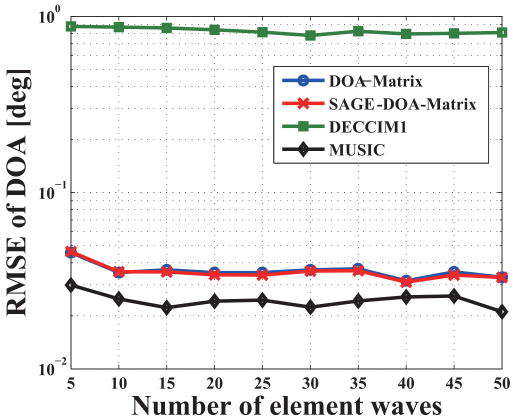


図 5　素波数に対する到来方向推定値の RMSE（表 4）
Fig. 5　RMSE of DOA estimates versus number of element waves (Table 4).

以上より，SAGE-DOA-Matrix 法を用いる際には，想定素波数をあらかじめ大きめの値で見積もる必要があるといえる．なお，以降の検討では，想定素波数は真値に等しいとして計算機シミュレーションを行っている．

### 4. 2. 3　素波数を変化させた場合の検討

到来波群を構成する素波の数が，各アルゴリズムの推定精度に及ぼす影響について検討を行った．電波環境を表 4 に，素波数を 5 波から 50 波まで 5 波刻みで変化させた場合の推定結果を図 5，6 に示す．

推定結果より，到来方向の推定精度に関しては，いずれの手法も素波数に依らずほぼ一定であることが分かる．また，DOA-Matrix 法と SAGE-DOA-Matrix 法は同じ特性を示している．一方で，角度広がりに関しては，SAGE-DOA-Matrix 法以外の 3 手法について，素波数の減少に伴い推定精度が大きく劣化していく．特に，素波数が 15 程度以下になると，角度広がり 1° あたりに存在する素波の数が 2～3 波を下回るようになり，推定精度の劣化が著しくなることが分かる．これに対して，SAGE-DOA-Matrix 法は素波数に依らずほぼ一定の精度で角度広がりを推定できている．

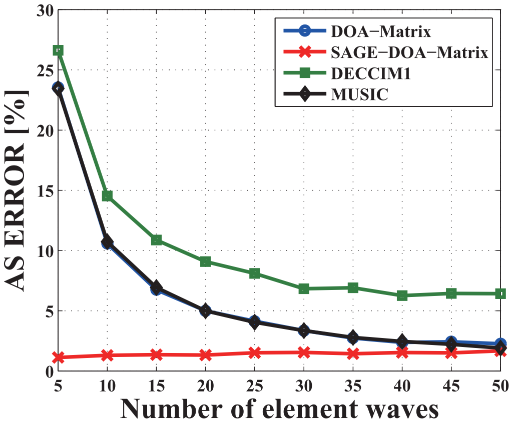


図 6　素波数に対する角度広がり推定値の相対誤差（表 4）
Fig. 6　ERROR of AS estimates versus number of element waves (Table 4).

なお，DOA-Matrix 法と積分型 MUSIC 法は同じ推定精度を有している．

ここで，SAGE-DOA-Matrix 法以外の 3 手法の推定結果について考察する．角度広がり内の素波数が減少すると，積分型モードベクトルの定式化で行った仮定が成立しなくなる．そのため，素波のモードベクトルの合成が積分型モードベクトルと一致しなくなり，角度広がり推定精度の低下に繋がる．一方で SAGE-DOA-Matrix 法は，SAGE サイクルの E-Step において完全データを構成する際に，信号推定項に積分型モードベクトルを用いることで，この不一致を解消している．そのため，素波数に影響を受けることなく推定が行える．

なお，素波数が少ない場合には，ひとまとまりの散乱波群とみなせなくなると考えられるため，以降の検討では角度広がり 1° における素波の数を 5 波とする．

#### 4. 2. 4　到来方向及び角度広がりに関する検討

実際の電波伝搬環境では，建物や障害物による反射や屈折，散乱によって電波の角度広がりは 1° 程度の小さいものから 5° を超える大きなものまで想定する必要がある．本シミュレーションでは広がりのある波が 1 波群到来する場合に，到来波群の到来方向及び角度広がりの変化が，各アルゴリズムの推定精度に及ぼす影響について考察する．電波環境は表 5 のとおりである．また，到来方向を 0° から 80° まで 10° 刻みで変化させた場合の推定結果を図 7，8 に，角度広がりを 1° から 8° まで 1° 刻みで変化させた場合の推定結果を図 9，10 に示す．

表 5　電波環境（到来方向・角度広がり変化）
Table 5　Radio environment (DOA and AS are varied).

| | 図 7, 8 | 図 9, 10 |
|---|---|---|
| 波群数 $L$ | 1 | 1 |
| 到来方向 $\theta$, 角度広がり $\Delta\theta$ | 0°～80°, 3° | 30°, 1°～8° |
| 素波数 $M$ | 15 | 1°あたり 5 波 |
| 入力 SNR | 20 dB | 20 dB |

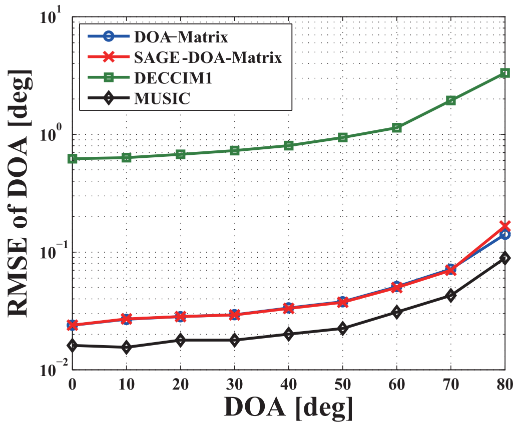


図 7　到来方向の変化に対する到来方向推定値の RMSE（表 5）
Fig. 7　RMSE of DOA estimates versus DOA (Table 5).

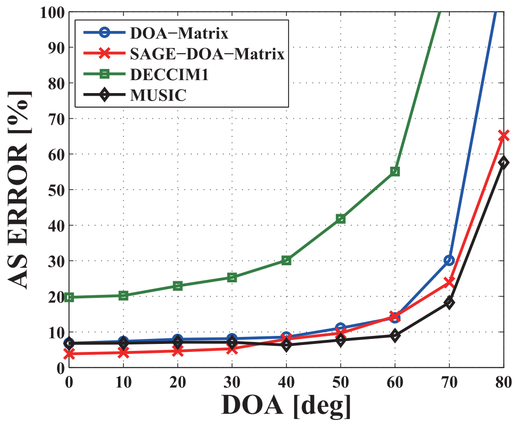


図 8　到来方向の変化に対する角度広がり推定値の相対誤差（表 5）
Fig. 8　ERROR of AS estimates versus DOA (Table 5).

図 7，8 より，到来角がエンドファイア方向に近づくにつれ，到来方向・角度広がり共に，推定精度が大きく劣化していることが分かる．一方，図 9，10 より，角度広がりの変化は到来方向推定値にそれほど影響を与えていない．また，両推定結果より，到

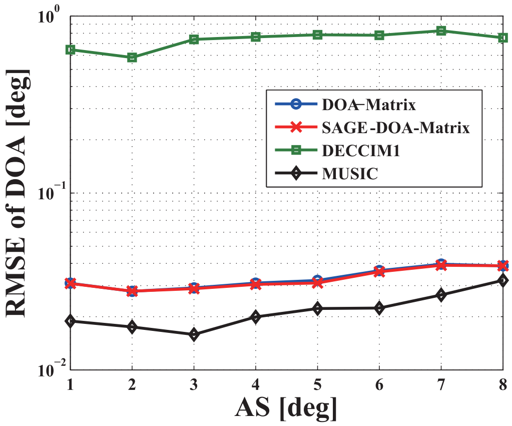


図 9　角度広がりの変化に対する到来方向推定値の RMSE（表 5）

Fig. 9　RMSE of DOA estimates versus AS (Table 5).

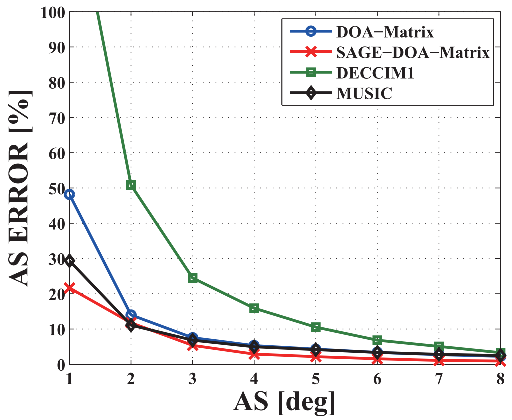


図 10　角度広がりの変化に対する角度広がり推定値の相対誤差（表 5）

Fig. 10　ERROR of AS estimates versus AS (Table 5).

来方向推定精度に関しては，固有値分解を用いる手法（SAGE-DOA-Matrix 法，DOA-Matrix 法，積分型 MUSIC 法）が，固有値分解を用いない DECCIM1 と比較して 10 倍以上高い精度で推定ができていることが分かる．その中でも，積分型 MUSIC 法の推定精度が最も良い．しかし，角度広がりの推定精度に関しては，SAGE-DOA-Matrix 法と積分型 MUSIC 法に大きな違いはない．また，図 10 において，角度広がりが小さい場合の推定値が著しく悪化しているように見えるが，SAGE-DOA-Matrix 法の絶対精度は 0.2° である．なお，図 7，9 より，到来方向推定精度に関して，DOA-Matrix 法と SAGE-DOA-Matrix 法は同じ特性であることが分かる．

表 6　電波環境（計算コストの比較）

Table 6　Radio environment (Comparison of computational costs).

| | |
|---|---|
| 波群数 $L$ | 2 |
| 到来方向 $\theta$ | $-15°$, $45°$ |
| 角度広がり $\Delta\theta$ | 3°, 6° |
| 素波数 $M$ | 15 30 |
| 素波の位相分布 | ともに 一定値 0° |
| 素波間の相関係数 | ともに同相完全相関 |
| 入力 SNR | 0〜30 [dB] |

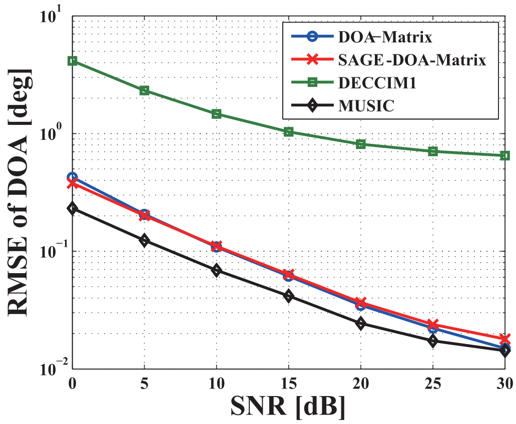


図 11　入力 SNR に対する到来方向推定値の RMSE（表 6）

Fig. 11　RMSE of DOA estimates versus SNR (Table 6).

#### 4.2.5　計算コストの比較

移動体通信においては周囲の電波環境が刻一刻と変化する．このような環境下で角度広がり推定を実用化するためには，計算時間の短縮が求められる．本項では，非探索法である DOA-Matrix 法，SAGE-DOA-Matrix 法と探索法である DECCIM1，積分型 MUSIC について計算コストの比較を行う．電波環境を表 6 に，推定結果を図 11, 12 に示す．また，それぞれの手法を用いて到来方向及び角度広がりの推定を行った際にかかる計算時間を表 7 に示す．ただし，計算時間は 200 回の試行での平均値であり，計算時間測定に用いた計算機の諸元は表 8 に示したとおりである．

推定結果より，2 波群が到来した場合においても，到来方向に関しては積分型 MUSIC 法がもっとも高い精度で推定できている．一方で，角度広がりに関しては，SAGE-DOA-Matrix 法の推定精度がもっとも良い．到来方向推定値・角度広がり推定値共に，固有値分解を用いる 3 手法が同程度の推定精度を示しているが，表 7 に示すとおり，積分型 MUSIC 法と DECCIM1 は角度スペクトラムの 2 次元ピークサー

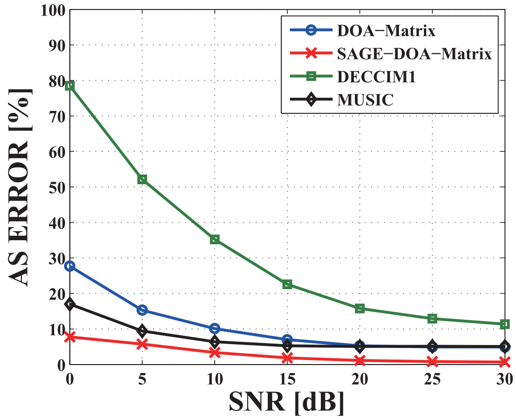


図 12 入力 SNR に対する角度広がり推定値の相対誤差（表 6）
Fig. 12 ERROR of AS estimates versus SNR (Table 6).

表 7 各種アルゴリズムにおける平均計算時間の比較
Table 7 Comparison of average computation times of algorithms.

| | |
|---|---|
| DOA-Matrix 法 | 0.0007 sec |
| SAGE-DOA-Matrix 法 | 0.0312 sec |
| DECCIM1 | 0.5639 sec |
| 積分型 MUSIC 法 | 1.4609 sec |

表 8 計算時間測定に用いた計算機の諸元
Table 8 Computer specifications used for computation time measurement.

| | |
|---|---|
| CPU | Intel Core i7 2700K |
| MR | 8.0 GB |
| OS | Windows 7 Professional |
| Software | MATLAB 2012 |

チを行うため推定に莫大な時間を要する．これに対して，DOA-Matrix 法と SAGE-DOA-Matrix 法は，そのような 2 次元ピークサーチを行わないため，処理時間の大幅な短縮に繋がっている．これは大きな利点である．

## 5. む す び

本研究では，DOA-Matrix 法を用いた角度広がり推定法を提案するとともに，同手法の問題点を指摘し，SAGE アルゴリズム導入による改良法：SAGE-DOA-Matrix 法を更に提案した．そして計算機シミュレーションにより，角度広がりのある波群が到来した場合において，提案法及びその改良法と従来法の特性比較を行った．

まず，SAGE-DOA-Matrix 法を用いる際に問題となる想定素波数について，素波数の真値との誤差が推定精度に与える影響について検討した．その結果，想定素波数を真値より少なく見積もった際には，角度広がり推定精度の大幅な劣化に繋がることを確認した．

次に，提案法と従来法の比較検討を行った．その結果，素波数が減少すると，DECCIM1，積分型 MUSIC 法，DOA-Matrix 法の 3 手法は角度広がりの推定精度が大幅に劣化することを確認した．一方で，SAGE-DOA-Matrix 法は素波数に依らずほぼ一定の精度で推定が可能であることが分かった．また，各検討より，提案法の 2 手法は従来法の積分型 MUSIC 法と同等の推定精度を有することが示された．しかしながら，積分型 MUSIC 法は角度スペクトラムの 2 次元ピークサーチを行うため，推定に莫大な時間を要するという欠点がある．これに対して，非探索型アルゴリズムである DOA-Matrix 法と SAGE-DOA-Matrix 法は角度スペクトラムのピークサーチを行わないため，計算時間の大幅な短縮が可能となる．

今後の課題としては，角度広がりをもつ到来波に対して，実際の環境に近い素波の角度分布を用いた検討，及びこれらの実際の分布が積分型モードベクトルの信号モデルの分布関数と異なる場合の検討等が挙げられる．

## 文　献

[1] 菊間信良，アダプティブアンテナ技術，オーム社，2003.
[2] R.O. Schmidt, “Multiple emitter location and signal parameter estimation,” IEEE Trans. Antennas Propag., vol.AP-34, no.3, pp.276–280, March 1986.
[3] R. Roy and T. Kailath, “ESPRIT - Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques,” IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., vol.37, no.7, pp.984–995, July 1989.
[4] Q. Yin, R. Newcomb, and L. Zou, “Estimating 2-D angle of arrival via two parallel linear array,” Proc. of the IEEE Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol.4, pp.2803–2806, May 1989.
[5] 菊間信良，アレーアンテナによる適応信号処理，科学技術出版，1998.
[6] 堀田浩之，菊間信良，榊原久二男，平山　裕，“微分型及び積分型モードベクトルを用いた MUSIC 法による到来方向と角度広がりの推定に関する比較検討，” 信学論（B），vol.J87-B, no.9, pp.1414–1423, Sept. 2004.
[7] 小川　勝，菊間信良，佐藤和夫，平山　裕，榊原久二男，“積分型モードベクトルを用いた微係数拘束付き Capon 法による到来波の角度広がり推定，” 信学論（B），vol.J92-B, no.6, pp.921–929, June 2009.
[8] 小川　勝，菊間信良，佐藤和夫，平山　裕，榊原久二男，“微係数拘束付き積分型 Capon 法による角度広がり推定の改善，” 信学論（B），vol.J93-B, no.2, pp.390–393, Feb.

2010.
[9] 奥野将士，菊間信良，平山　裕，榊原久二男，“DOA-Matrix 法と SAGE アルゴリズムを用いた到来電波の到来方向および角度広がり推定に関する検討,” 信学技報，A·P2013-87, Oct. 2013.
[10] 奥野将士，菊間信良，平山　裕，榊原久二男，“SAGE-DOA-Matrix 法を用いた複数波群の到来方向と角度広がり推定に関する検討,” 信学技報，A·P2013-130, Dec. 2013.
[11] 林　高弘，市毛弘一，新井宏之，“EM, SAGE アルゴリズムを用いた DOA 推定に関する一検討,” 信学技報，A·P2003-10, April 2003.

（平成 26 年 5 月 21 日受付，9 月 28 日再受付）

**奥野　将士**

平 24 名工大・工・電気電子卒．平 26 同大大学院博士前期課程了．同年三菱電機（株）入社．在学中，主としてアレーアンテナを用いた到来電波の角度広がり推定に関する研究に従事．

**菊間　信良**　（正員：フェロー）

昭 57 名工大・工・電子卒．昭 62 京大大学院博士課程了．同年同大助手．昭 63 名工大助手，平 2 同講師，平 4 同助教授，平 13 同教授，現在に至る．工博．アダプティブアレー，到来方向推定，多重波伝搬解析，無線電力伝送の研究に従事．第 4 回電気通信普及財団賞受賞．著書「アレーアンテナによる適応信号処理」「アダプティブアンテナ技術」など．IEEE シニア会員．

**平山　　裕**　（正員）

平 10 電通大・電気通信・電気情報卒．平 15 電通大大学院博士後期課程了，同年同大リサーチ・アソシエイトを経て名工大助手．平 19 同助教，平 25 同准教授，現在に至る．工博．環境電磁工学，アンテナ工学，無線電力伝送の研究に従事．IEEE 会員．

**榊原久二男**　（正員：シニア会員）

平 3 名工大・工・電気情報卒．平 8 東工大大学院博士課程了．同年（株）豊田中央研究所入社．平 14 名工大講師，平 16 同助教授，平 19 同准教授，平 24 同教授，現在に至る．平 12〜13 独国ウルム大学客員研究員．工博．ミリ波アンテナ，移動通信用アンテナの研究に従事．IEEE シニア会員．