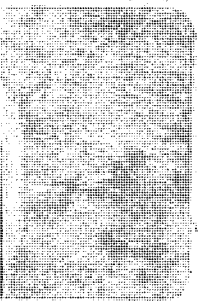


# 不完全投影からの3次元再構成法に関する研究

1989

松尾啓志



# 目次

1	まえがき	1
2	コーンビーム X 線 CT のためのフィルタ補正逆投影法	5
2.1	はじめに	5
2.2	投影像の計測と再構成方法	6
2.2.1	3次元再構成の分類	6
2.2.2	計測および再構成幾何学系	8
2.3	投影像の不完全性と再構成画像に及ぼす影響	10
2.3.1	投影像の不完全性	10
2.3.2	複数ファンビーム近似法による再構成	11
2.4	修正 $\rho$ フィルタ法	17
2.4.1	修正 $\rho$ フィルタ	17
2.4.2	空間分解能の制限	18
2.4.3	CT 値誤差補正	18
2.4.4	ダイレクト法への拡張	20
2.5	計算機シミュレーション	22
2.5.1	CT 値評価ファントムの再構成結果	24
2.5.2	アーチファクト評価ファントムの再構成結果	24
2.5.3	人体ファントムの再構成結果	27
2.6	まとめ	29
3	不等間隔サンプリング逆フィルタ法による3次元CT像再構成法	33
3.1	まえがき	33
3.2	再構成方法	33
3.2.1	1回転コーンビームスキャン方式	33
3.2.2	逆フィルタ法	34
3.2.3	不均一座標系の導入	36
3.2.4	逆フィルタの算出	38
3.2.5	投影像の不完全性と逆フィルタ処理の安定化	40
3.3	計算機シミュレーション	41

3.4	まとめ	51
4	逆フィルタ法を用いたデジタル多断層再構成法	53
4.1	はじめに	53
4.2	計測方法	54
4.3	逆フィルタ法による再構成アルゴリズム	55
4.3.1	逆フィルタ法	55
4.3.2	投影像の不完全性	56
4.3.3	逆フィルタの算出	56
4.4	ファントム実験	59
4.5	まとめ	63
5	2方向投影からの3次元均質充填物体再構成	64
5.1	まえがき	64
5.2	平行ビーム投影像からの再構成	65
5.2.1	再構成対象物体の制限	65
5.2.2	再構成アルゴリズム	69
5.2.3	初期画像の作成	70
5.2.4	誤差配分の方法	71
5.2.5	計算機シミュレーション	72
5.3	円錐ビームを用いた投影像からの再構成	78
5.3.1	円錐ビーム座標系	78
5.3.2	座標変換	79
5.3.3	計算機シミュレーション	80
5.4	X線撮影系への適用	86
5.5	臨床適用による左心室内腔3次元動態像の算出	91
5.6	まとめ	97
6	まとめ	98

# 第 1 章

## まえがき

複数の  $n - 1$  次元投影から  $n$  次元関数を求める問題は一般的に再構成問題と呼ばれる。その代表的な応用例としてハンスフィールドらによって開発された X 線 CT がある。X 線 CT は 1 次元投影群から人体の横断面の内部構造を X 線吸収係数値 (CT 値) として再構成する手法である。X 線 CT は、体内の内部構造を定量的に、しかも非観血的に計測できるため、現在では臨床診断にはなくてはならないものとなった。

X 線 CT は人体の横断面を完全に再構成することが可能である。ところが心臓、胃、肝臓などの臓器や病変部は 3 次元的に広がっており、その 3 次元的構造を正確に把握することは、診断および治療計画において重要である。しかし人体の横断面しか再構成できない現在の X 線 CT による計測では、医師が複数の X 線 CT 像を観察して、臓器や病変部の 3 次元構造を把握しているのが現状である。

3 次元再構成を便宜的に行う方法として、体軸上を適当な間隔をおいて撮影した複数枚の 2 次元 CT 像を計算機内で並びかえ、コンピュータグラフィックスの手法を用いて、3 次元的に表示する方法 (スライスバイスライス法) が提案されている。しかし本方法は、長い計測時間が必要となるため、患者負担が増大する。さらに各断層を独立に撮影する際に混入する生体内の臓器の動き、および患者体動による断層間の 3 次元的ずれも問題となる。

このような問題点を解決するためには、1 次元投影を用いて 2 次元断層像を再構成する現在の CT ではなく、2 次元投影を用いて 3 次元像を再構成する 3 次元 CT が必要となる。ところが 3 次元再構成を行う場合、計測によって得られる投影群の完全性が問題とな

る。投影群の完全性は、投影断面定理によって示される。従来の2次元X線CTの再構成に用いられる投影群は、投影断面定理における投影の完全性を満たしており、このような投影群からの再構成問題は一般に完全投影からの再構成問題と呼ばれており、解を完全に求めることができる。ところが3次元再構成を行うに必要な完全投影群を得るためには、被検査体のすべての方向からの2次元投影が必要である。そのため、特に人体を対象にした再構成を行う場合、このような計測系は現実的ではない。

従って人体を対象にした3次元再構成を行うためには、完全投影からの再構成ではなく不完全投影からの再構成アルゴリズムが必要となる。これまでに不完全投影を対象にした再構成アルゴリズムはいくつか提案されている。逐次近似法を用いる方法 [5]、コーンビーム軌跡をX線管回転軸に垂直に入射する複数のファンビーム軌跡と近似することにより、従来のファンビームX線からの再構成アルゴリズムを用いる方法 [4]などがすでに提案されているが十分な再構成結果は得られていない。本論文は、種々の計測系から得られる不完全投影からの3次元再構成アルゴリズムについて検討したものである。

第2章では、コーンビームX線源と2次元検出器を用いて、体軸を回転軸として1回転して得られた2次元投影群から被検査体の3次元的なX線吸収係数分布を再構成できる新しいフィルタ補正逆投影法について示している。本章で提案されているフィルタ関数は、投影断面定理によって示される不完全投影の3次元フーリエ空間での性質に着目し、2次元投影に場所依存形のフィルタ補正処理を行うものである。このフィルタ関数を用いることによりCT値を正確に求め、またアーチファクトも大幅に減少させることが可能となる。さらに本フィルタにより再構成された画像の評価を計算機シミュレーションによって行った結果についても示している。

第3章では第2章と同じ計測幾何学系により計測された投影を、そのまま投影軌跡に沿って逆投影することにより算出した単純逆投影像に、逆フィルタの手法を用いた3次元再構成手法について述べている。ところがコーンビームX線で計測された投影を投影軌跡に沿って逆投影した場合、この系のインパルス応答はインパルスの位置により変化する。つまり空間依存型のインパルス応答を持つため、一般にインパルス応答の空間不変性を前提とする逆フィルタ法は適用できない。そこでインパルス応答を空間不変にするために、新しく不等間隔サンプリング空間を提案する。提案する不等間隔サンプリング空間を用い

ることより、逆フィルタ手法での再構成が可能となる。また得られる投影は不完全投影であるため、逆フィルタ処理の安定性が問題となる。そこで投影の不完全性の周波数空間での場所依存性に着目した窓関数による逆フィルタ処理の安定化について述べている。さらに本手法による再構成像の評価を計算機シミュレーションによって行った結果についても示している。

第4章では、第3章で提案した逆フィルタ法をX線断層装置による計測系に適用した結果について示している。X線断層装置は、体軸方向の断層像を得るために臨床の場で用いられている装置であり、被検査体を中心としてX線源とX線フィルムを対向させ、両者を回転させながら撮影し、目的断層以外の応答をぼかして体軸方向の断層像を得る装置である。この装置は計測装置として1枚のX線フィルムのみしか必要ないため、非常に容易に断層像を作成できる。しかし、1回の計測で1断面の注目断層しか再構成できず、計測された情報を有効に活用しているわけではない。本章で提案する再構成アルゴリズムを用いることによりX線断層装置と同じ計測幾何学系により、被検査体を3次元再構成可能となり、かつ得られる断層像はX線断層装置に比べ、他断面からのぼけの混入が軽減された画像となる。本章ではまず投影、逆投影系のインパルス応答、そのフーリエ変換および逆フィルタ関数を解析的に算出している。さらに実際のX線断層装置により鉄線ファントムの計測を行い、得られた投影により再構成を行った結果について示している。

CTの再構成アルゴリズムは被検査体のX線吸収係数分布の再構成を行うアルゴリズムである。ところが被検査体のなかにはX線吸収係数は一様であるが、その物体形状が時々刻々変化し、その瞬時における形状を把握したい場合も少なくない。たとえば心臓の左心室内腔の3次元動態像は臨床診断上有効な情報となる。そこで第5章では、2方向だけの投影から均質充填物体を再構成するアルゴリズムについて検討している。従来、このような再構成問題に対して、輪郭情報だけを用いた楕円近似法が提案されている。本章で提案する再構成方法は投影の輪郭情報だけでなく濃度情報をも用いる方法であり、均質充填物体の形状を精度よく再構成することができることが示される。さらに3次元状に広がった円錐ビーム軌跡を有するX線で撮影された投影を対象にした新しい座標系を提案し、アルゴリズムを3次元に拡張している。また再構成誤差の評価を、計算機シミュレーションと実際のX線装置を用いたファントムシミュレーションによって行っている。この

シミュレーションにより再構成精度の検討を行い、再構成アルゴリズムの有効性を明らかにしている。最後にこのアルゴリズムを臨床例に適用し、心臓左心室内腔動態像の算出を行った結果が示されている。また臨床例に適用する際の問題点を指摘し、その補正方法についても検討を加えている。

以上のように本論文では種々の計測幾何学系における3次元再構成アルゴリズムを提案している。本論文で対象にした計測幾何学系によって得られる投影はいずれも数学的には、完全に対象物体を再構成できない不完全投影である。従って完全には被検査体を再構成できないものの、その不完全性を考慮した再構成アルゴリズムによる近似解を求めることが重要である。さらに本論文で提案した再構成アルゴリズムは、すべて実用可能な計測幾何学系を用いており、また計算機シミュレーションで用いた各種パラメータ(投影枚数、再構成画像の画素数)はすべて実際の応用を考慮したものである。

## 第 2 章

# コーンビーム X 線 CT のためのフィルタ補正逆投影法

### 2.1 はじめに

近年、臓器や病変部の形状を 3 次元的に観察したいという要求から、体軸上を適当な間隔をおいて撮影した複数枚の 2 次元 CT 像から、各断層間を補間処理によって求め、コンピュータグラフィックスの手法を用いて 3 次元的に表示することが行われている (スライスバイスライス法)[1]。しかし複数枚の 2 次元 CT 像を得るには長い計測時間が必要となり患者負担が増大する。さらに各断層撮影時に混入する患者の動きによる断層間の 3 次元ずれの影響も無視できない。また心臓動態像の再構成や、3 次元的な血流解析を行うためには困難をとまなう。

被検査体の 3 次元的な吸収係数分布を正確に再構成するため、従来の 2 次元 CT のアルゴリズムを 3 次元に拡張したアルゴリズムが提案されている [2][3]。これらのアルゴリズムは被検査体のすべての方向から投影像を得ることを前提とした完全投影からの再構成アルゴリズムであるため、実際の応用は困難である<sup>1</sup>。そのためコーンビーム X 線源と 2 次元検出器を被検査体の適当な軸の回りで 1 回転しながら計測された投影像から被検査体の吸収係数分布を再構成する、いわゆる不完全投影像からの再構成アルゴリズムが提案されている。Robb らはこの方法で高速 3 次元 CT 装置を開発した [4]。その際用いた再構成アルゴリズムは、コーンビーム軌跡を X 線管回転軸 (以下回転軸) に垂直に入射す

<sup>1</sup>通常 CT の再構成アルゴリズムでは投影は 1 次元であるため、投影像とは呼ばない。しかし本論文で用いる投影は、すべて 2 次元であるので、本論文中では 2 次元で得られる投影データを投影像と記す。



る複数のファンビーム軌跡と近似することにより、従来のファンビーム X 線からの再構成アルゴリズムを用いた。そのため適用可能な再構成領域が限られていた。また Altschuler らは ART 法を 3 次元に拡張した [5]。しかし ART 法は再構成結果の収束性、一意性に問題がある。

本章ではこのような不完全投影像からフィルタ補正逆投影法を用いて再構成するに適した新しいフィルタ関数について考察する。本フィルタは、投影理論によって示される不完全投影像の 3 次元フーリエ空間での性質に着目し、投影像に場所依存形のフィルタ補正処理を行うものである。本フィルタを用いることにより CT 値を正確に求め、またアーチファクトも大幅に減少させることができる。本章では本フィルタの特性について検討するとともに本フィルタによる再構成像の評価を計算機シミュレーションによって行った結果について示す。

## 2.2 投影像の計測と再構成方法

### 2.2.1 3次元再構成の分類

本章では再構成方法としてフィルタ補正逆投影法を用いる。フィルタ補正逆投影法による再構成処理は、

1. 投影像の計測
2. フィルタ補正処理
3. 逆投影

の 3 つの処理に分けることができる。そこでまずフィルタ補正逆投影法におけるそれぞれの処理を、X 線ビームの種類とともに分類する。表 2.1 に分類表を示す。

投影像の計測方法としては、

- (a) 3 次元空間すべての方向から計測を行う 3 次元スキャン。
- (b) 適当な軸 (一般的には体軸) を回転軸として 1 回転して計測を行う 2 次元スキャンに分けることができる。

また投影に用いる X 線ビームとして、

表 2.1: フィルタ補正逆投影法の分類

計測方法	X線ビームの種類	フィルタ補正処理	逆投影法
(a) 3次元スキャン	(a) 平行ビーム	(a) 2次元 $\rho$ フィルタ (b) 1次元 $\rho$ フィルタ	(a) 投影軌跡と同じ
(a) 2次元スキャン	(b) コーンビーム	(c) 修正 $\rho$ フィルタ	(b) 投影軌跡と異なる

(a) 平行ビーム X線 (スライスバイスライス法のように完全投影像を複数回計測を行う方法は、平行ビームに並べ替えることができるため、ここに分類する)

(b) 円錐状に広がったコーンビーム X線

に分けることができる。

フィルタ補正関数としては

(a) 投影像に対し、すべての方向に均一なフィルタ補正を行う 2次元 $\rho$ フィルタ [2][3]

(b) 回転軸に垂直な方向にのみフィルタ補正を行う 1次元 $\rho$ フィルタ

(c) 本章で提案する修正 $\rho$ フィルタ

に分類する。なお $\rho$ フィルタとは、基本的には空間周波数に比例して単調増加する関数であるが、本章では一般的に2次元CTで用いられている式(2.1)で示すsheppらが提案したフィルタ[6]を指すものとする。

$$W_{\rho}(\omega) = \left| \sin \frac{\omega}{2} \right| \quad (2.1)$$

また逆投影法方法は

(a) 投影軌跡と逆投影軌跡が同じである場合。

(b) 投影軌跡と逆投影軌跡が異なる場合 [4]。

がある。

以下本章では再構成方法をこの分類を用いて示す。たとえば3次元空間すべての方向から(計測方法a)平行ビームによる投影を行い(X線ビームの種類a)、2次元 $\rho$ フィル

タによるフィルタ処理の後 (フィルタ補正処理 a)、投影軌跡に沿って逆投影する (逆投影方法 a) 方法を再構成方法 [aaaa] と記述する。なお完全に被検査体の 3 次元再構成を行うことができる方法は再構成方法 [aaaa][abaa][baba] の場合である。再構成方法 [aaaa][abaa] は Denton[2]、井宮 [3] によって示された。また再構成方法 [baba] はスライスバイスライス法である。

## 2.2.2 計測および再構成幾何学系

本章において採用した投影像の計測方法を図 2.1 に示す。この装置では被検査体領域を覆うコーンビーム X 線源とそれに対向する 2 次元検出器が一体となって被検査体の周りを 1 回転する。その間に一定間隔ごとに X 線を曝射し、被検査体を通過した X 線を 2 次元検出器で計測する。2 次元検出器は複数の検出器が平面上に一定間隔で並んだ形状をなしているものとする (以下この計測方法を 1 回転コーンビームスキャン方式とする)。なお計測および再構成空間は 1 回転コーンビームスキャン方式の回転軸を  $z$  軸とする直角座標系で表現され、計測空間の原点は X 線源が描く回転平面と回転軸との交点とする。このようにして計測された投影像は X 線源の角度位置  $\alpha$  (rad)、検出器を X 線源から見た角度位置  $\beta, \gamma$  (rad) を用いた座標系により  $p(\alpha, \beta, \gamma)$  で表現する。

ここで  $\beta$  は X 線源の回転軸と垂直な方向、 $\gamma$  は平行な方向とする。またコーンビーム X 線の軌跡を X 線源位置から各検出器への直線  $l(\alpha, \beta, \gamma)$  で表現し、回転中心から X 線源までの距離を  $R$  とする。投影像  $p$  は被検査体の 3 次元的な X 線吸収係数分布  $f(x, y, z)$  の  $l$  上の線積分である式 (2.2) で定義される。

$$p(\alpha, \beta, \gamma) = \int f(x, y, z) dl \quad (2.2)$$

従来からの 2 次元再構成において、ファンビーム X 線を用い投影像を計測した場合、再構成の方法としては以下の 2 つの方法が一般に用いられている。

1. 直角座標として構成された 2 次元メモリ上にファンビーム軌跡のまま、フィルタ補正および逆投影を行う直接逆投影法 (ダイレクト法)。
2. ファンビーム軌跡を平行ビーム軌跡に並べ替えたのち、フィルタ補正、逆投影を行う方法 (アレンジ法)。

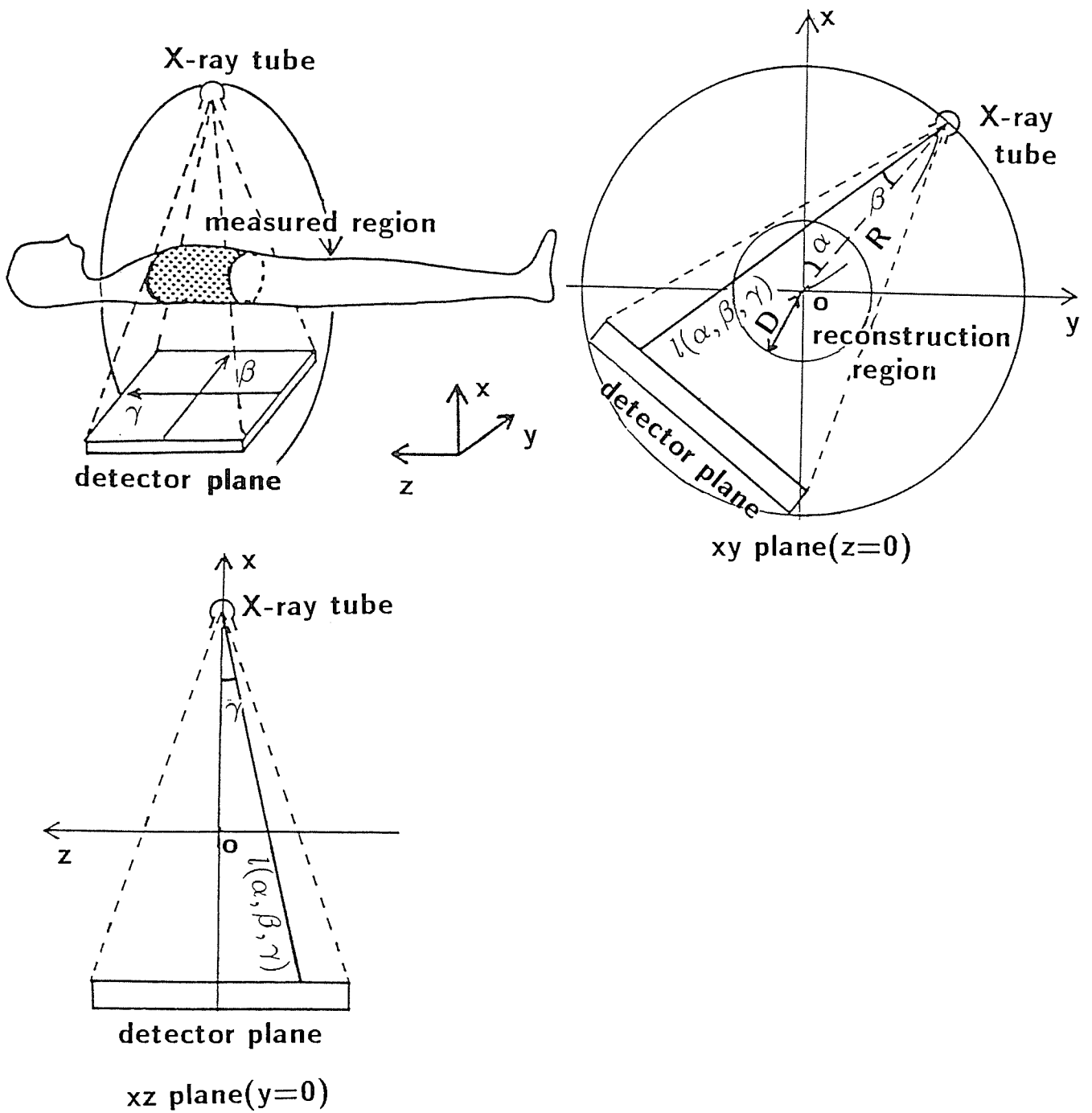


Fig. 2.1: Measuring geometry for single cone-beam scan type CT-system

3次元再構成の場合も同様のことを考えることができる。ただし1回転コーンビームスキャン方式では $\alpha$ 方向と $\beta$ 方向について平行ビームへの並べ替えは可能である。しかし $\gamma$ 方向について考えると、 $\gamma=0$ の場合を除いたすべてのX線ビームが回転軸に対して斜めに入射する。そのため、完全な平行ビームへの並べ替えはできない。そこで本章ではコーンビーム軌跡から直接逆投影を行う方法をダイレクト法、 $\alpha$ 方向と $\beta$ 方向だけ平行ビームに並べ替える方法をアレンジ法と定義する。以下アレンジ法を仮定してフィルタの設計方法を示す。またダイレクト法に適用するための手法については2.4.4に示す。

## 2.3 投影像の不完全性と再構成画像に及ぼす影響

### 2.3.1 投影像の不完全性

本章で採用した計測手法では3次元CTを構成するためのすべての投影像がそろっているわけではない。以下にフーリエ空間における投影像の不完全性について述べる。投影処理における実空間と周波数空間の関係は投影断面定理によって導かれる。

#### 投影断面定理

被検査体  $f(x, y, z)$  の3次元フーリエ変換は式(2.3)となる。

$$F(\omega_x, \omega_y, \omega_z) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) \exp[-j(x\omega_x + y\omega_y + z\omega_z)] dx dy dz \quad (2.3)$$

ここで $\omega_z = 0$ の平面に注目すると式(2.3)は式(2.4)に変形できる。

$$\begin{aligned} F(\omega_x, \omega_y, 0) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) \exp[-j(x\omega_x + y\omega_y)] dx dy dz \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) dz \exp[-j(x\omega_x + y\omega_y)] dx dy \end{aligned} \quad (2.4)$$

式(2.4)中、最も内側の $z$ に対する積分結果は、 $z$ 方向からの投影像に一致する。従って $z$ 軸方向からの投影像のフーリエ変換結果は、3次元フーリエ空間上では $\omega_z = 0$ 平面のフーリエ変換結果と一致する。式(2.4)は $z$ 軸方向からの例であるが、一般に全ての方向からの投影像に対して同様の関係が成立する[14]。

図2.2(a)に被検査体とその投影の実空間での関係、図2.2(b)に周波数空間での関係を示す。投影断面定理によれば、平行ビームを用いて、被検査体をある方向から計測した

図 2.2 (a) で示す投影像の 2 次元フーリエ変換結果は、その被検査体の 3 次元フーリエ変換結果の投影方向に垂直な図 2.2 (b) で示す断面上の値と一致する。またコーンビーム X 線による投影に含まれる情報は、3 次元フーリエ空間では図 2.2 (c) に示すように、ある限られた領域の情報がすべて得られているのではなく、雲状に広がって分布する。すなわちこの雲状に分布する情報は不完全であり、すべての方向からの投影像が得られた場合にのみ被検査体の 3 次元フーリエ変換結果と一致する [7]。一回転コーンビームスキャン方式で得られる情報の分布は、投影方向を  $z$  軸に垂直な方向とした図 2.2 (c) の分布を、 $\omega_z$  軸を回転軸として 1 回転した図 2.2 (d) に示す分布となる。つまり  $\omega_z$  軸近傍の情報が他の領域に比べ非常に不足した分布となる。そのため被検査体を完全に再構成することはできない。

### 2.3.2 複数ファンビーム近似法による再構成

3 次元空間上あらゆる方向からの投影像が計測されれば式 (2.5) に示す 2 次元  $\rho$  フィルタによりフィルタ補正後、逆投影することにより被検査体を完全に再構成することが可能である [2][3] (再構成方法 [aaaa][abaa])。

$$W_{3d}(\omega_\beta, \omega_\gamma) = W_\rho(\omega_r) \quad (2.5)$$

$$\omega_r = \sqrt{\omega_\beta^2 + \omega_\gamma^2}$$

しかし一回転コーンビームスキャン方式では投影像の不完全性のため、式 (2.5) に示す 2 次元  $\rho$  フィルタを適用することはできない。

またコーンビーム X 線を、回転軸に垂直に入射する複数のファンビーム X 線と近似して、フィルタ補正および逆投影を行う Robb らの再構成方法 [bbbb] は、投影軌跡と逆投影軌跡が異なるため、 $\gamma$  が小さい場合においてのみ有効であり、40 度程度を前提とした一回転コーンビームスキャン方式への適用は困難である。

そこでまず、フィルタ補正処理を回転方向にのみ行い、逆投影は実際の投影軌跡に沿う再構成方法 [bbba] を考える (以下この方法を複数ファンビーム近似法と呼ぶ)。

1 回転コーンビームスキャン方式では X 線源は回転軸に近い、有限な距離にあるので、X 線ビームが回転軸に対して垂直に入射する断面は X 線源の回転平面 (以下完全再構成平

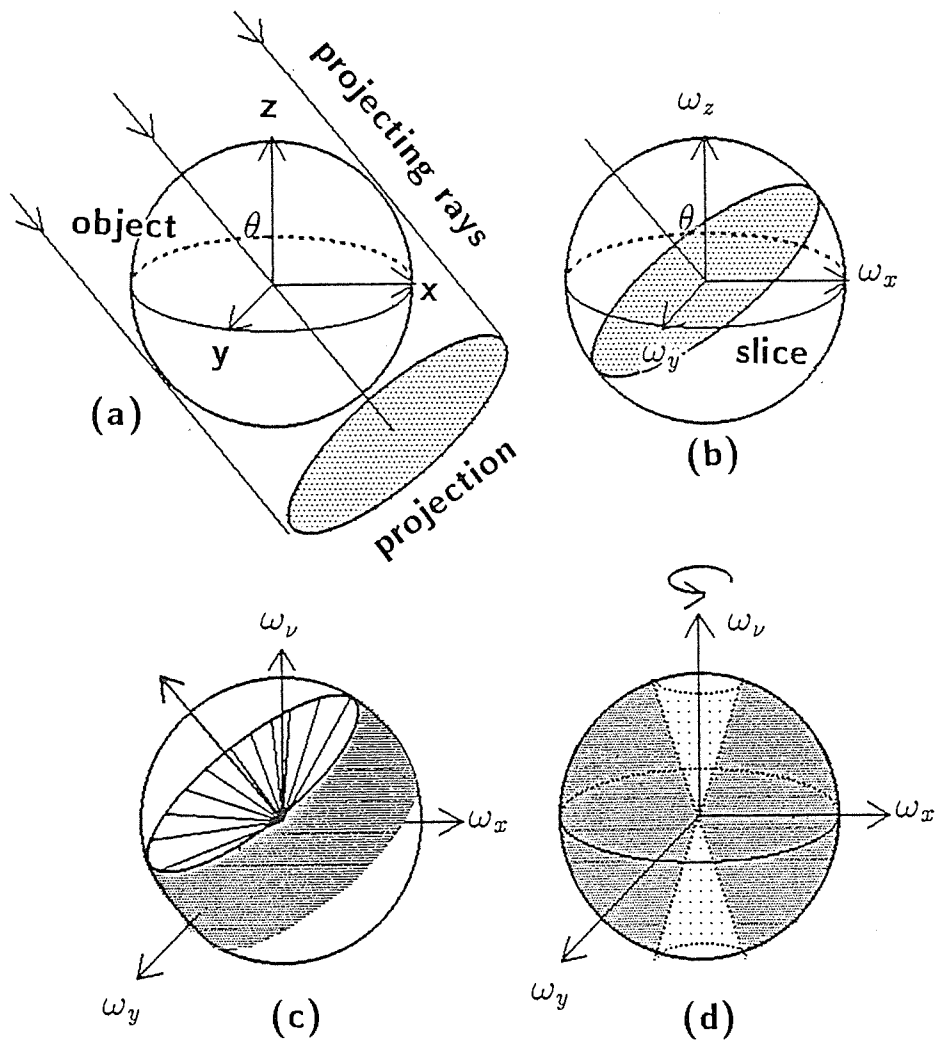


Fig. 2.2: Relation between real 3-D space and the Fourier domain

- (a) Projection
- (b) Density on the Fourier domain (parallel beam, one projection)
- (c) Density on the Fourier domain (cone beam, one projection)
- (d) Density on the Fourier domain (single cone-beam scan method)

面,  $z = 0$ )のみである。それ以外の再構成領域 (以下不完全再構成領域,  $z \neq 0$ ) において複数ファンビーム近似法では次のような2つの問題点が存在する。

### アーチファクトの発生

1 回転コーンビームスキャン方式での逆投影操作を完全再構成平面 ( $z = 0$ ) と不完全再構成領域 ( $z \neq 0$ ) とにわけて述べる。完全再構成平面の再構成では、すべての方向からの逆投影操作が同じ平面内 (完全再構成平面) で行われる。ゆえに本来、被検査体のある場所以外に逆投影される正の応答を他の方向からの逆投影の負の応答が打ち消すため完全な再構成が可能である。

しかし不完全再構成領域では完全再構成平面の場合と異なり、逆投影操作のインパルス応答が3次元的な広がりを持つ。そのため被検査体の存在する場所以外に逆投影された応答が、アーチファクトとして混入する。例えば図 2.3 (a) に示すように3次元空間中に小さい球ファントム (模擬物体) を置いた場合、再構成結果には図 2.3 (b) に示すように逆投影軌跡に沿った円錐状のアーチファクトが発生することになる。

### CT値の誤差

複数ファンビーム近似法に用いるフィルタは再構成方法 [baba] と同じ関数を設定した。再構成方法 [baba] ではすべてのX線ビームが回転軸に垂直に入射するため、被検査体を完全に再構成できる。しかし複数ファンビーム近似法は、 $\gamma = 0$  の場合を除きX線ビームは回転軸に対して垂直に入射しない。以下にこの斜入射が再構成結果に与える影響を、図 2.4 に示す吸収係数が一定値  $\mu$  で  $z$  軸に対して回転対称な楕円ファントムを想定して示す。なおこの楕円ファントムの  $x$ 、 $y$  方向の半径を  $a$ 、 $z$  方向の半径を  $b$  とする。

被検査体が  $z$  軸に対して回転対称であるため、すべての方向からの投影像が同一である。またアレンジ法を前提にしているので、 $xz$  平面に対して平行なビームによる投影像だけを考える。そこで回転平面での角度位置  $\beta$  を平行ビーム軌跡の  $y$  座標に置き換えて投影像  $p(y', \gamma)$  を考えると、投影像はX線の軌跡上の線積分式 (2.6) で表現できる。

$$p(y', \gamma) = \int f dl \quad (2.6)$$



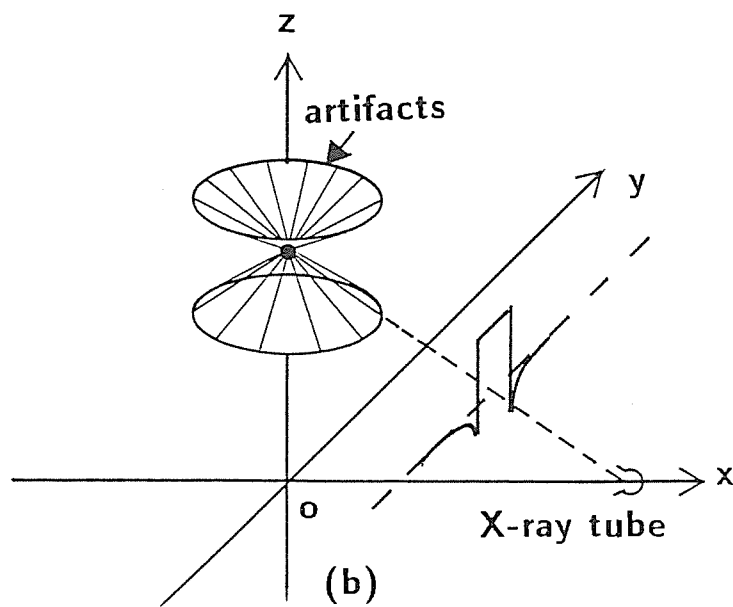
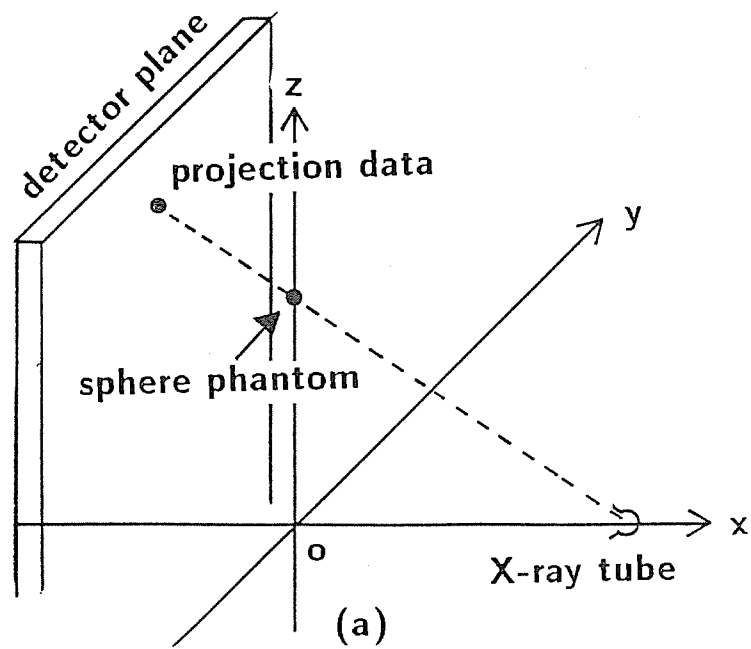


Fig. 2.3: Reconstruction on incomplete plane

- (a) A sphere phantom and its projection data
- (b) Distribution of artifacts in reconstructed image

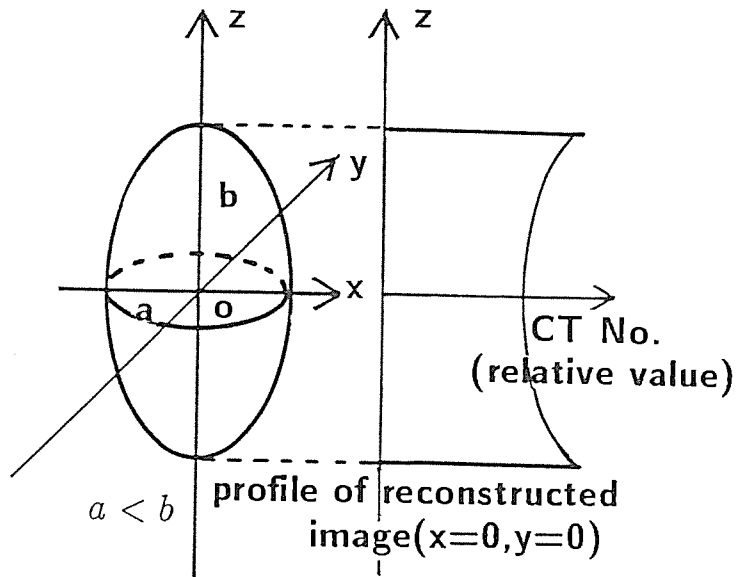
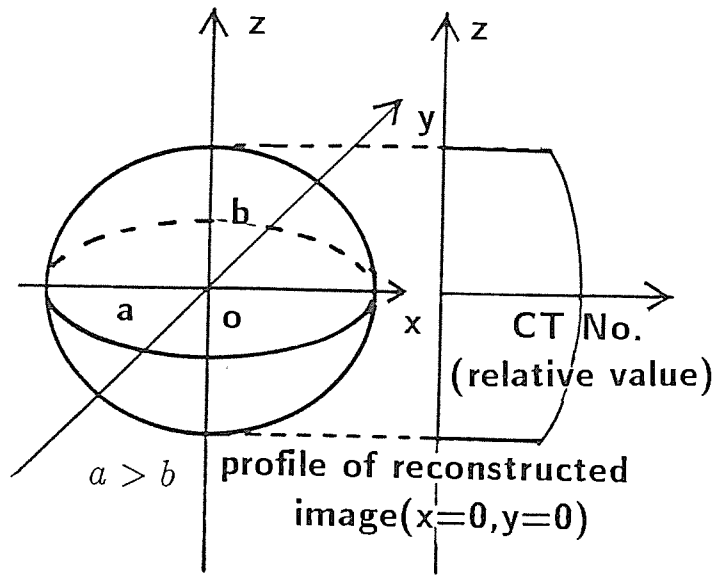


Fig. 2.4: Relations between shapes of phantoms and reconstructed results

$$\begin{aligned}
f &= \begin{cases} \mu, & \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} < 1 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \\
&= B(D, \gamma)(2\mu\sqrt{A^2 - y'^2}) \\
A &= \sqrt{\frac{a^2(b^2 - C^2(R^2 - a^2))}{b^2 + (aC)^2}} \\
B(D, \gamma) &= \sqrt{\frac{1 + C^2}{1 + (CD)^2}} \\
C &= \tan \gamma \\
D &= \frac{a}{b}
\end{aligned} \tag{2.7}$$

式 (2.7) の  $y'$  についてのフーリエ変換は式 (2.8) になる。

$$\begin{aligned}
P(\omega_{y'}, \gamma) &= B(D, \gamma)2\pi\mu\left|\frac{A}{\omega_{y'}}\right|J_1(A|\omega_{y'}|) \\
&J_1: \text{第 1 種ベッセル関数}
\end{aligned} \tag{2.8}$$

回転方向にフィルタ補正した結果  $p'_1$  は式 (2.9) となる。

$$\begin{aligned}
p'_1(y', \gamma) &= \mathbf{F}^{-1}[PW_\rho] \\
\mathbf{F}^{-1} &: \text{フーリエ逆変換}
\end{aligned} \tag{2.9}$$

さらに被検査体は  $z$  軸に対して回転対称であるため、式 (2.10) で示す逆投影処理により求めた  $z$  軸上の再構成結果  $f'_1(0, 0, z)$  は  $p'_1(0, \gamma)$  と一致する。

$$\begin{aligned}
f'_1(0, 0, z) &= \frac{1}{2\pi} \int p'_1(0, \gamma) d\alpha \\
z &= R \tan \gamma
\end{aligned} \tag{2.10}$$

$$= p'_1(0, \gamma) \tag{2.11}$$

$$= \begin{cases} \mu B(D, \gamma), & |z| \leq b \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{2.12}$$

従って再構成結果には  $B(D, \gamma)$  示される誤差が混入する。図 2.4 に楕円の形状と式 (2.12) から算出した  $z$  軸上の各位置における C T 値の変化曲線 (以下プロファイル) の関係を示す。式 (2.12) で示される再構成画像の C T 値は  $D, \gamma$  の関数となる。つまり再構成結果は楕円ファントムの形状と位置に依存する関数となる。 $a > b$  の楕円の場合は完全再構成平

面に比べ、他の平面のCT値が低く評価され、また  $a < b$  の場合は高く評価される。これはCTの特長である再構成結果のX線吸収係数値としての定量性が失われるため重要な問題点である。

## 2.4 修正 $\rho$ フィルタ法

### 2.4.1 修正 $\rho$ フィルタ

2.3で示したように、複数ファンビーム近似法による再構成では2つの問題点が存在した。ここではその2つの問題点を補正する修正 $\rho$ フィルタを用いた再構成方法 [bbca](以下修正 $\rho$ フィルタ法)を提案する。式(2.13)(2.14)(2.15)に修正 $\rho$ フィルタ  $W_M$ を示す。

$$W_M(\omega_\beta, \omega_\gamma, \gamma) = W_1(\omega_\gamma, \gamma)W_2(\omega_\beta, \omega_\gamma, \gamma) \quad (2.13)$$

$$W_1(\omega_\gamma, \gamma) = 0.54 + 0.46 \cos \frac{\omega_\gamma}{kN(\gamma)} \quad (2.14)$$

$$W_2(\omega_\beta, \omega_\gamma, \gamma) = \cos \gamma W_\rho(\omega_\beta) + \frac{\sin^2 \gamma}{\cos \gamma} W_\rho(\omega_\gamma) \quad (2.15)$$

$W_1$ は回転軸方向の空間分解能を制御することにより、アーチファクトを軽減する成分であり、 $W_2$ はCT値の誤差を補正する成分である。また、 $W_M$ は $\gamma$ によってフィルタ形状が変わる場所依存形のフィルタである。なお、現在前提にしているアレンジ法による像再構成では $\alpha$ 方向と $\beta$ 方向では並べ替えにより平行ビームに変換するが、 $\gamma$ 方向には広がりを持つので、コーンビームの広がりによる不等間隔サンプリングを補正するために投影像に式(2.16)で示す補正項をかける [8]。

$$J(\gamma) = \cos(\gamma) \quad (2.16)$$

再構成は式(2.17)で示すフィルタレーション処理を投影像に対して行った後、フィルタ補正結果  $p'_M$ をX線ビームの軌跡に沿って逆投影することにより行う。

$$p'_M(\alpha, \beta, \gamma) = \iint J(\gamma') p(\alpha, \beta', \gamma') w_M(\beta - \beta', \gamma - \gamma', \gamma) d\beta' d\gamma' \quad (2.17)$$

$$w_M = \mathbf{F}^{-1}[W_M]$$

以下に修正 $\rho$ フィルタ  $W_M$ のおおのの成分について説明を加える。

## 2.4.2 空間分解能の制限

2.3.1で示したように一回転コーンビームスキャン方式によって得られる情報のフーリエ空間での分布は $\omega_z$ 軸近傍の情報が非常に不足した分布となる。ところで実際、人体の3次元再構成を行う場合、極端に薄い体軸方向のスライス幅は要求されないことが多い。つまり $z$ 軸方向の空間周波数をある程度制限することが可能であると考えられる。 $z$ 軸方向の空間周波数を制限することは周波数空間上では、 $\omega_z > \omega_{zc}$  ( $\omega_{zc}$ : 遮断周波数)である周波数成分を遮断することを意味する。図 2.5 に  $z$  方向の空間周波数を制限した場合の3次元フーリエ空間における情報の分布を示す。 $z$  方向の空間周波数を制限することにより、情報が局所的に存在する部分を取り除くことによって、アーチファクトを軽減することが可能となる [9]。 $\omega_z$  軸方向の周波数成分を制限するために、本章では式 (2.14) に示す関数  $W_1$  を用いて高域遮断処理を行った。なお周波数空間における情報の不完全性は  $\gamma$  に関係すると考えることができる。つまり  $\gamma = 0$  の平面は完全に再構成ができるため不完全性は存在しない。しかし  $\gamma$  が大きくなるに従って不完全性は増大する。従って  $\omega_{zc}$  を場所によって変化させた。式 (2.14) 中、 $kN(\gamma)$  はフィルタ関数の遮断周波数  $\omega_{zc}$  を場所依存形にするための調整項である。この値は  $W_1$  の逆フーリエ変換結果の半値幅と、再構成領域内へ逆投影処理を行った時のインパルス応答の  $z$  軸方向への広がり幅を上限として設定した ( $k = 1$  の場合)。実際は  $\rho$  フィルタの実空間応答のパワがほとんど原点近傍に存在するため、この上限の数分の1程度の領域で十分なアーチファクト軽減が可能である。なお  $k$  は  $z$  方向の空間分解能とアーチファクト量を制御する正の定数 (以下アーチファクト制御定数) であり、被検査体の性質によって調整する。 $k$  が小なら空間分解能が低下するかわりにアーチファクトが軽減する。また  $k$  が大きくなると空間分解能が向上するがアーチファクトは増大する関係がある。

## 2.4.3 CT値誤差補正

2.3.2でX線ビームの斜入射の影響によるCT値の誤差を示した。この誤差は、投影像の不完全性によるものであり完全な補正は不可能である。そこでここでは、CT値誤差を軽減する補正項について示す。なお2.3.2と同様に、被検査体として $z$ 軸に対して回転対称な回転楕円体を想定し、 $z$ 軸上の再構成結果  $f_1'(0, 0, z)$  について考える。式 (2.12) に

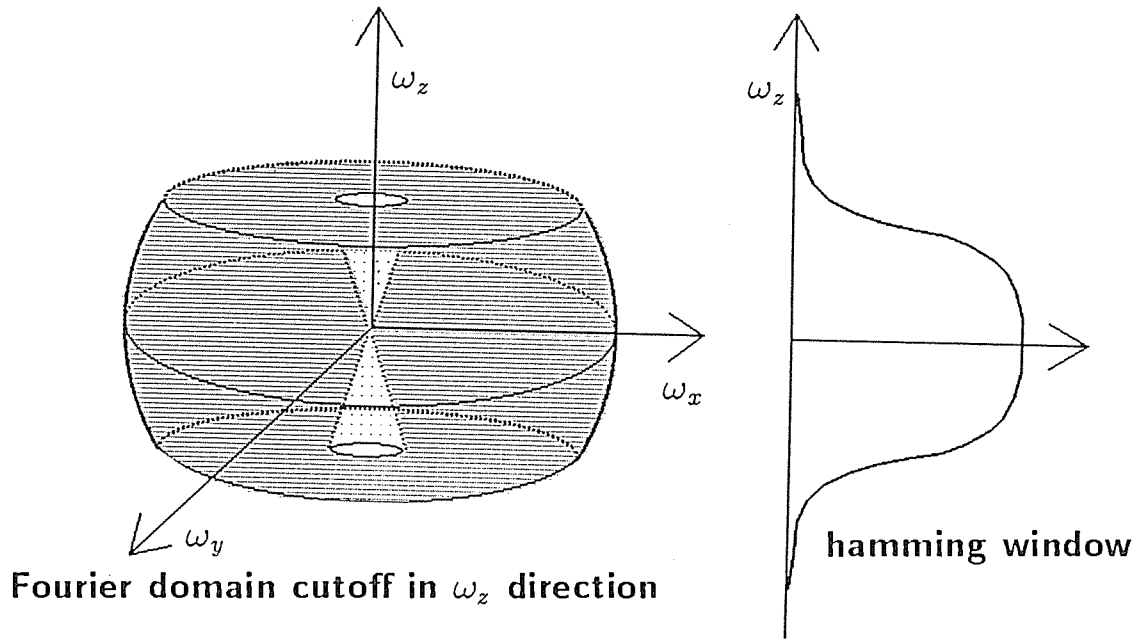


Fig. 2.5: Typical form of resulting high cut filter

よって示される誤差量  $B$  は  $D$  および  $\gamma$  の関数である。つまり複数ファンビーム近似法による再構成結果  $f'_1(0, 0, z)$  と真値  $f(0, 0, z)$  の間には式 (2.18) で示す関係が成り立つ。

$$f'_1(0, 0, z) = f(0, 0, z)B(D, \gamma) \quad (2.18)$$

$$f(0, 0, z) = \begin{cases} \mu, & |z| \leq b \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

もし  $D$  が既知であれば真値  $f(0, 0, z)$  は式 (2.19) より算出可能である。

$$f(0, 0, z) = \frac{f'_1(0, 0, z)}{B(D, \gamma)} \quad (2.19)$$

式 (2.19) は式 (2.11) を用いて投影像を回転方向にフィルタ補正した  $p'_1(0, \gamma)$  を用いた式 (2.20) に変形できる。

$$f(0, 0, z) = \frac{p'_1(0, \gamma)}{B(D, \gamma)} \quad (2.20)$$

ここで  $D$  を投影像だけから算出することを考える。平行ビームにより回転楕円体を投影し、回転方向もしくは回転軸方向にフィルタ補正した結果は、それぞれの方向における楕

円率に比例した関数となる。従って平行ビームによる投影の場合  $D$  は式 (2.21) により算出できる。

$$D = \frac{p_2'(0, \gamma)}{p_1'(0, \gamma)} \quad (2.21)$$

$p_2'(0, \gamma)$ : 回転軸方向に  $\rho$  フィルタ処理した結果

ところが本再構成法 [bbca] では回転軸方向の投影は、X線ビームがX線源から検出器に向かって広がるファンビームによる投影であるため、実際には式 (2.21) により求めた  $D$  には、誤差が混入する。そこでCT値の補正を式 (2.20) の近似解で行うことを考えた。なお以後誤差を含む  $D$  を  $D'(\gamma)$  とする。

式 (2.20) を  $\tan \gamma$  について Taylor 展開を行い第 1 項で近似すると式 (2.22) となる。

$$f(0, 0, z) \simeq \cos \gamma p_1'(0, \gamma) \left(1 + \frac{1}{2} (D'(\gamma) \tan \gamma)^2\right) \quad (2.22)$$

図 2.6 (a) に式 (2.22) によって再構成した  $f(0, 0, z)$  の一例を示す。式 (2.22) 中の  $D'(\gamma)$  はファンビーム投影の場合には誤差が混入する。従って、平行ビーム投影とファンビーム投影との差が大きいファントムの辺縁付近での誤差混入が著しい。

そこで式 (2.22) 中の  $D'^2(\gamma)$  の値が大きいところでの影響を低減するため、 $2D'(\gamma)$  と近似することを考えた。なお定数は経験的に決定した。従って式 (2.22) は式 (2.23) となる。

$$f(0, 0, z) = \cos \gamma p_1'(0, \gamma) + \frac{\sin \gamma^2}{\cos \gamma} p_2'(0, \gamma) \quad (2.23)$$

図 2.6 (b) に式 (2.23) によって算出した  $f(0, 0, z)$  の一例を示す。式 (2.23) による結果は式 (2.22) の場合に比べてファントムの辺縁付近での誤差が大幅に軽減され、かつCT値の再現性にも優れており、図 2.6(a) の結果と比較すると、この近似は妥当なものと考えられる。式 (2.20) よりCT値誤差補正を行うフィルタは式 (2.15) に示す  $W_2$  となる。

## 2.4.4 ダイレクト法への拡張

2.4.1 で示した修正  $\rho$  フィルタはアレンジ法を前提にしている。アレンジ法はコーンビームの軌跡を並べ替える必要があるため、膨大なメモリ量と計算時間を必要とするためこのままでは実用的ではない。そこで本手法をダイレクト法に適用する方法を示す。ダイレクト法では、コーンビームの広がりのため検出列方向の  $\gamma$  は一定ではなく、位置に依存

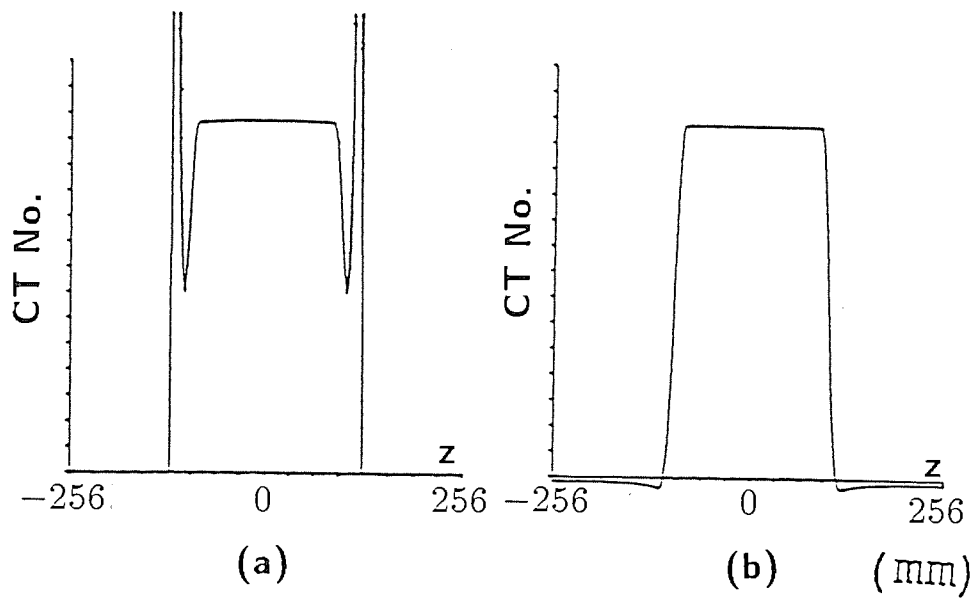


Fig. 2.6: Result of CT number compensation

(a) case of  $D'(\gamma)^2$

(b) case of  $2D'(\gamma)$



する。そのため  $\beta$  に対しても依存するフィルタをかけなければならないが計算量の面から実用的でない。そこで近似解として式 (2.24) で示すように  $\gamma$  に適当な定数項  $G$  を乗ずることにより、 $\beta$  方向に変化する  $\gamma$  の値を  $G\gamma$  で代表させた。

$$W_2(\omega_\beta, \omega_\gamma, \gamma) = \cos \gamma_c W_\rho(\omega_\beta) + \frac{\sin^2 \gamma_c}{\cos \gamma_c} W_\rho(\omega_\gamma) \quad (2.24)$$

$$\gamma_c = G\gamma$$

なお定数  $G$  は検出幾何学系により変化するが、本章で用いた検出幾何学系では経験的に約 1.7 とした。ダイレクト法による再構成は式 (2.25) で示すフィルタレーション処理を投影像に対して行った後、フィルタ補正結果  $p'_{Mc}$  を X 線ビームの軌跡に沿って逆投影することにより行う。

$$p'_{Mc}(\alpha, \beta, \gamma) = \iint J(\gamma') J(\beta') p(\alpha, \beta', \gamma') w_M(\beta - \beta', \gamma - \gamma', \gamma) d\beta' d\gamma' \quad (2.25)$$

$$w_M = F^{-1}[W_M]$$

なお逆投影時にはコーンビームの広がり効果の補正項 (X 線源から逆投影点まで距離の 2 乗の逆数) が必要である [8]。

## 2.5 計算機シミュレーション

修正  $\rho$  フィルタの効果を実験シミュレーションによって確認した。図 2.7 に設定したファントムの形状を示す。なお楕円ファントム 1、2 における (a, b) は、それぞれ (100, 150), (150, 100) mm、アーチファクト評価ファントムは半径 6 mm の球を z 軸上 0 mm, 70 mm, 140 mm に、また人体ファントムにおける各臓器の相対吸収係数は身体を 1.00 としたときに、肺が 0.75、肝臓が 1.04、背骨が 2.00 と設定した。それぞれのファントムの投影像を 320 枚計算機上で発生させて、修正  $\rho$  フィルタによるフィルタ補正処理ののち逆投影を行い再構成像を算出した。

X 線源と回転中心の距離は 800 mm、コーンビーム開き角は  $\beta$  方向  $\gamma$  方向とも 30 度とした。また再構成画像は 256 × 256 画素、画素ピッチ 2 mm として求めた。また再構成にはダイレクト法を用い、また修正  $\rho$  フィルタにおけるアーチファクト制御定数  $k = 5$  とした。また一部比較のためにアレンジ法も用いた。

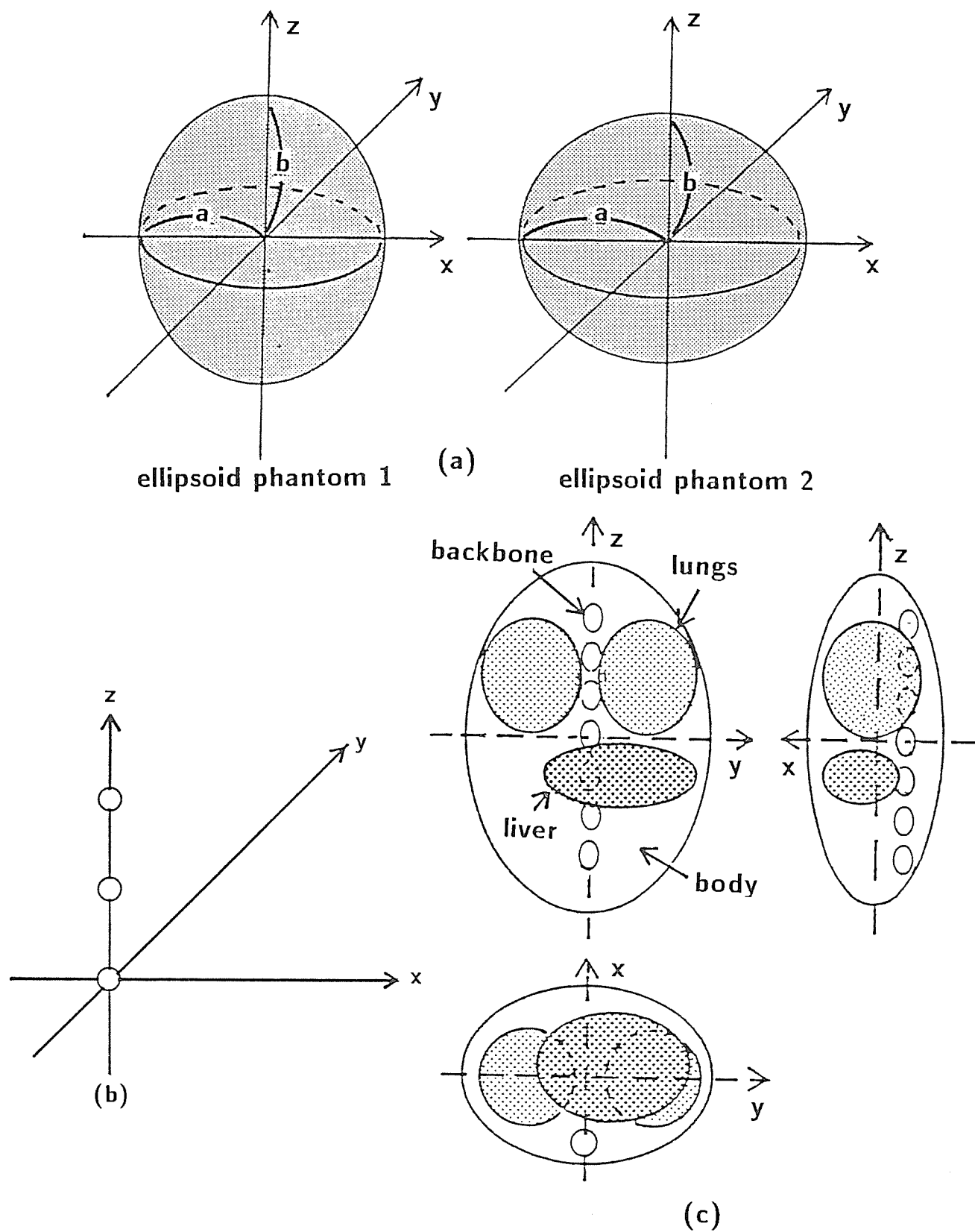


Fig. 2.7: Phantoms for computer simulation

- (a) Phantom for evaluating CT number
- (b) Phantom for evaluating artifacts
- (c) Human body phantom

表 2.2: C T 値の再現性

	楕円ファントム 1	楕円ファントム 2
複数ファンビーム近似法	3.04%	1.36%
修正 $\rho$ フィルタ法	0.13%	0.01%
修正 $\rho$ フィルタ法 (アレンジ法)	0.04%	0.01%

### 2.5.1 CT値評価ファントムの再構成結果

図 2.8 に  $z$  軸上のプロファイルを示す。(a) は楕円ファントム 1 の複数ファンビーム近似法による再構成結果、(c) は修正  $\rho$  フィルタ法による結果である。(b),(d) は楕円ファントム 2 の結果である。また比較のためにアレンジ法で同じファントムを修正  $\rho$  フィルタ法により再構成した結果を (e),(f) に示す。表 2.2 に C T 値の再現性を評価するために完全再構成面 ( $z = 0$ ) の C T 値に対する  $z$  軸端における C T 値の変化率を示す。その結果複数ファンビーム近似法による場合と修正  $\rho$  フィルタ法の場合を比べると、すべての場合において修正  $\rho$  フィルタ法の方が正確に C T 値を再構成でき、かつファントムの形状に依存しないことを確認した。

### 2.5.2 アーチファクト評価ファントムの再構成結果

アーチファクト評価ファントムの再構成を行い、アーチファクト量と MTF を評価した。修正  $\rho$  フィルタは  $z$  軸方向の空間分解能を制御することによりアーチファクトを減少させる特性を持つため、ファントムの応答は  $z$  軸方向にはぼけた応答となる。このぼけ成分もアーチファクトの一種と考えることもできるが、ここではこの成分を空間分解能の低下による画像のぼけと考え、MTF によって評価した。またアーチファクト量は、ぼけが発生している以外の領域の標準偏差により評価した。図 2.9 に MTF 曲線を、表 2.3 にアーチファクト量を示す。なおアーチファクト量は完全再構成面の球の応答が 1 になるように正規化し算出した。複数ファンビーム近似法による再構成の場合、 $z$  軸と垂直方向の MTF 曲線はほぼ一定であるが、 $z$  軸方向は周波数が高くなるにつれて MTF が増加している。これはコーンビームを平行ビームと近似してフィルタ処理を行ったことによる歪成分である。また修正  $\rho$  フィルタ法による再構成では、 $z$  軸方向の MTF は修正  $\rho$  フィ

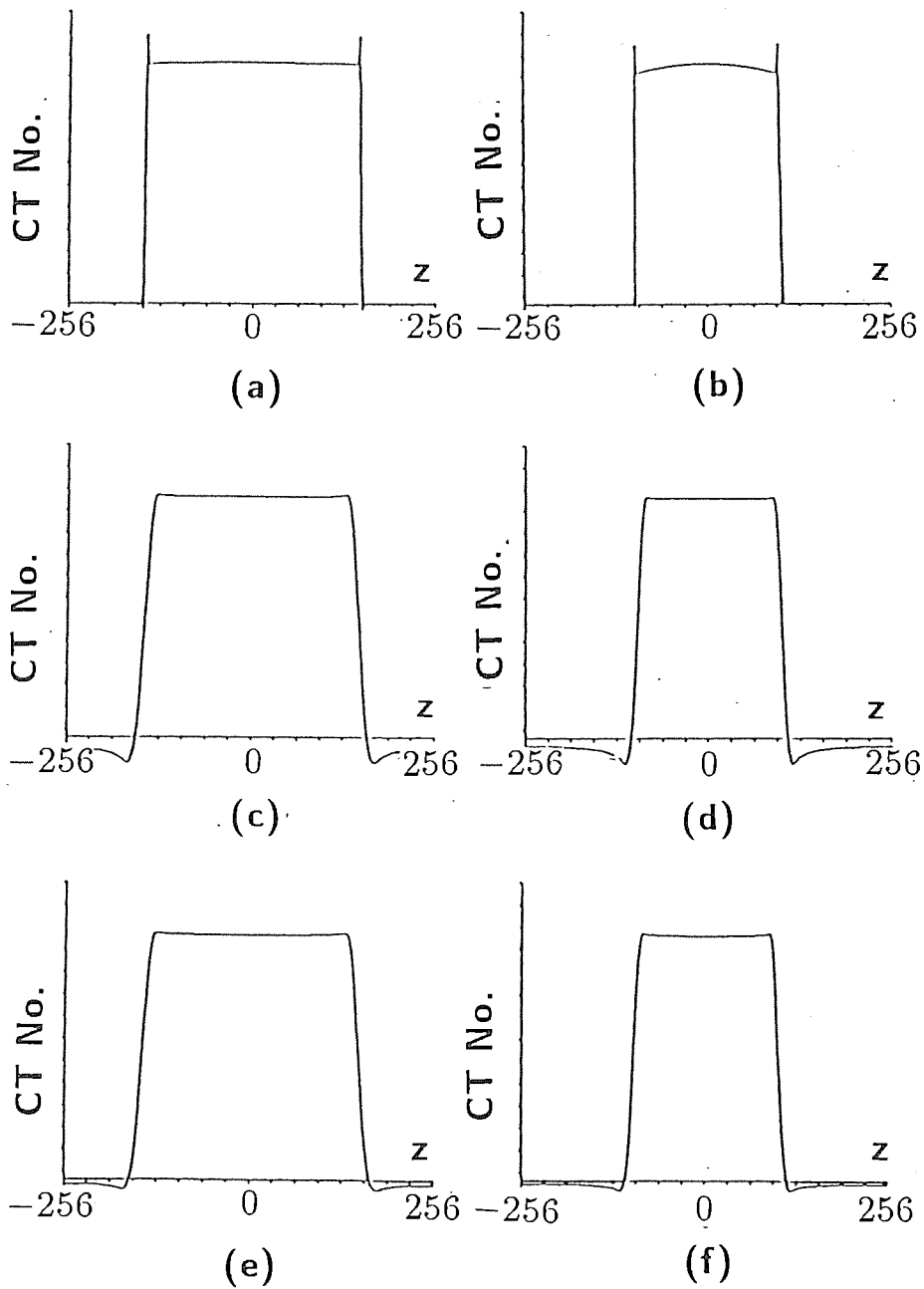
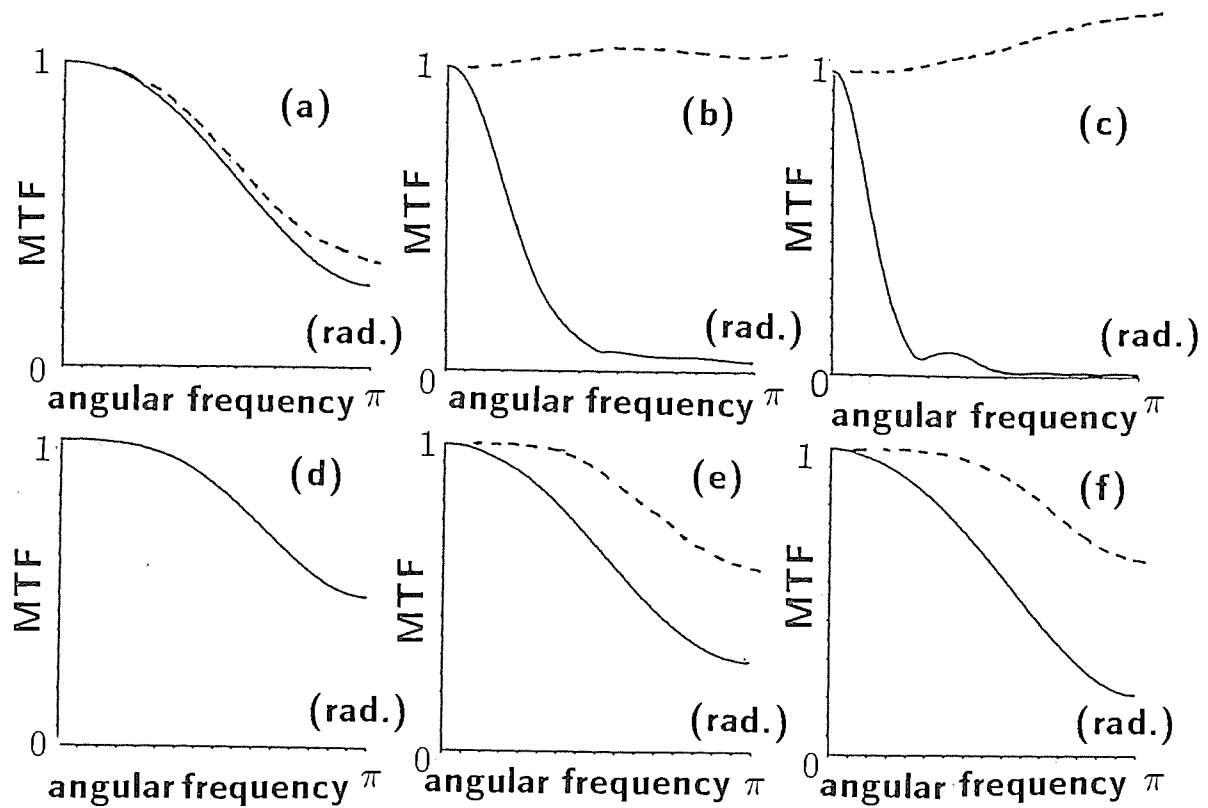


Fig. 2.8: Reconstruction results of phantoms for evaluating CT number ( $x = 0, y = 0$ )

- (a),(b) Ellipsoid phantom 1 and 2 (multi fan-beam approximation ; direct method)  
(c),(d) Ellipsoid phantom 1 and 2 (modified  $\rho$  filter ; direct method)  
(e),(f) Ellipsoid phantom 1 and 2 (modified  $\rho$  filter ; arrange method)



solid lines :modified  $\rho$  filter method  
 broken lines :multi fan-beam approximation method

Fig. 2.9: Modulation transfer function of the system

- (a),(b),(c) :along direction of z axis at  $z = 0, 70, 140$ mm respectively  
 (d),(e),(f) :perpendicular to direction of z axis at  $z = 0, 70, 140$ mm respectively

表 2.3: 再構成画像に含まれるアーチファクト量

(球ファントムの応答を 1.0 に正規化)

再構成平面 $z$ 座標 (単位 mm)	複数ファンビーム近似		修正 $\rho$ フィルタ	
	標準偏差 ( $\times 10^{-5}$ )	最大値 ( $\times 10^{-2}$ )	標準偏差 ( $\times 10^{-5}$ )	最大値 ( $\times 10^{-2}$ )
60	0.159	0.77	0.033	0.24
70	0.097	-0.57	0.012	0.22
130	0.061	0.64	0.002	0.22
140	0.353	-2.66	0.005	0.26

ルタ中のアーチファクト補正項の影響で高域で減少している。しかし  $z$  軸に垂直な方向における回転方向の周波数制御の影響は僅かである。

また複数ファンビーム近似法による再構成では、アーチファクトの最大値は球の応答に比べ 1%程度存在する。たとえば頭部 CT 画像の場合、0.2%程度のアーチファクトまで問題となるので、このアーチファクトは再構成画像の画質に大きな影響を及ぼす。一方修正  $\rho$  フィルタ法の場合はアーチファクトの最大値はほぼ 0.2%と許容限度程度に減少している。

また図 2.10 に  $z = 130, z = 140$  の  $xy$  平面と  $xz$  平面 ( $y = 0$ ) を複数ファンビーム近似法、修正  $\rho$  フィルタ法によって再構成した結果を示す。表示は 0.05 を最大濃度に、-0.05 を最小濃度とした。 $z = 140$  は球ファントムの中心位置であり、 $z = 130$  は本来ファントムは存在しない領域である。複数ファンビーム近似法により再構成を行った画像 (a),(c) には円状の強いアーチファクトが発生しているが、修正  $\rho$  フィルタにより再構成を行った画像 (b),(d) は円状のアーチファクトは大幅に軽減している。しかし本来球の存在しない平面である (d) において、上部断面のぼけ要素が混入している。(f) では  $z$  軸方向の空間分解能を落とすことにより、(e) にあるような斜めの成分のアーチファクトが大幅に軽減している。

### 2.5.3 人体ファントムの再構成結果

図 2.11 (a) に  $yz$  平面 ( $x = 0$ )、(c) に  $xz$  平面 ( $y = 0$ ) の複数ファンビーム近似法による再構成結果、また (b),(d) に同じ平面を修正  $\rho$  フィルタにより再構成を行った結果を

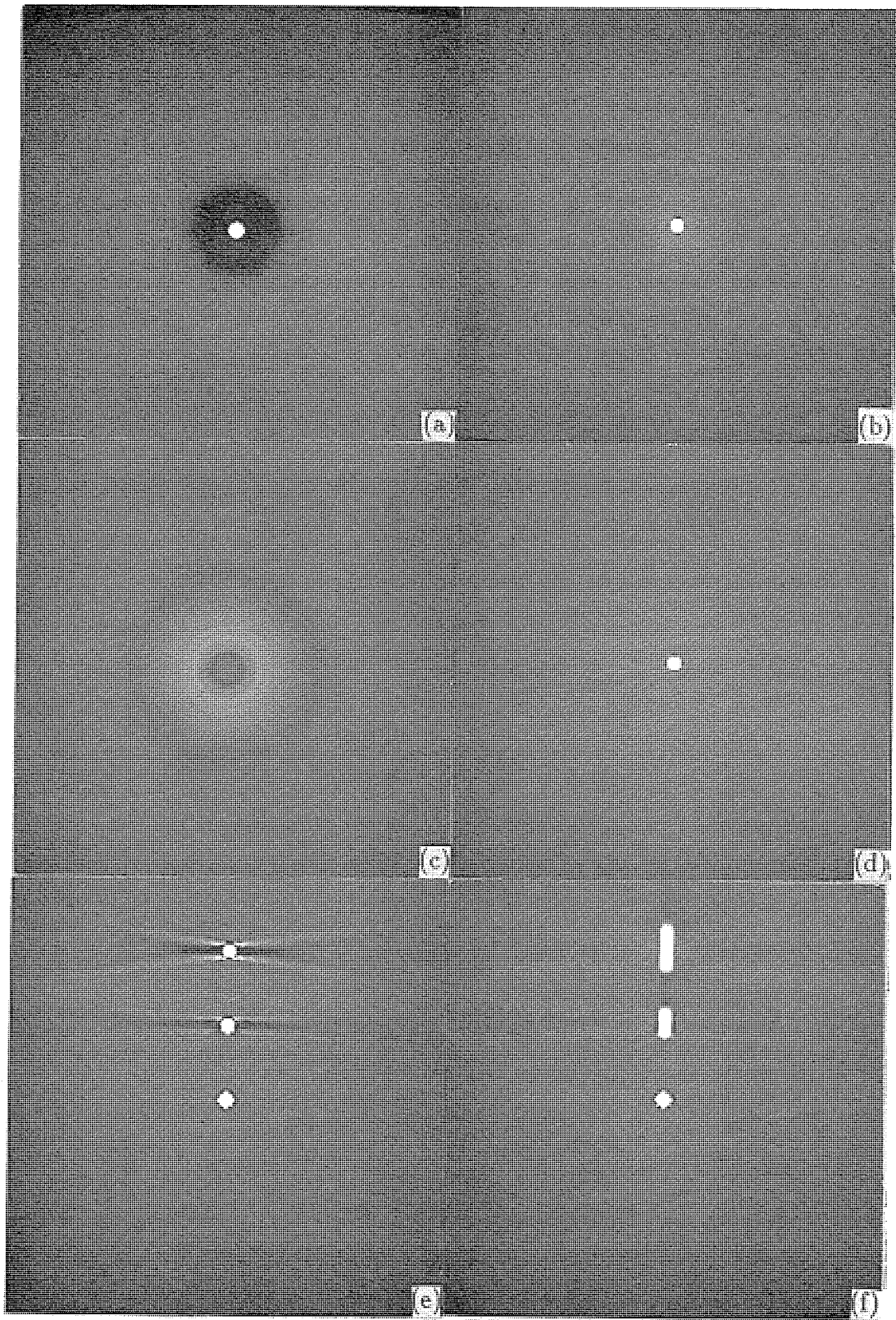


Fig. 2.10: Reconstructed images of the phantom for evaluating artifacts

- (a),(c),(e) multi fan-beam approximation method
- (b),(d),(f) modified  $\rho$  filter method

示す。複数ファンビーム近似法による再構成結果では  $z$  軸方向に CT 値の減少が見られ、また骨ファントムや、肝臓ファントムの境界付近に強いアーチファクトが発生している。一方修正  $\rho$  フィルタ法による再構成結果は、 $z$  軸方向に周波数成分を制御した影響で、中心から離れるに従って、再構成像の境界の応答がなまるものの、正確に CT 値を再構成でき、アーチファクトも大幅に減少していることがわかる。

図 2.12 に人体ファントムを修正  $\rho$  フィルタ法を用いて上部から一定間隔ごとに 19 枚再構成した結果を示す。この結果からもわかるように修正  $\rho$  フィルタ法では、アーチファクトが軽減された良好な 3 次元像の再構成が可能となった。

## 2.6 まとめ

コーンビーム X 線を用いて被検査体周りを 1 回転する計測系から得られた不完全投影像を用いてフィルタ補正逆投影法による再構成を行うに適した修正  $\rho$  フィルタを検討した。本章で述べた修正  $\rho$  フィルタは、

1. フィルタ補正処理を、回転方向と回転軸方向に分けて行い、正確に CT 値を再構成できる。
2. 不完全投影像の周波数軸空間での不完全性に注目し、 $\omega_z$  方向の周波数を制御したフィルタ補正処理によりアーチファクトを大幅に軽減する。

以上の 2 点の特長を持った場所依存形フィルタである。

また修正  $\rho$  フィルタの効果を計算機シミュレーションによって確かめた。その結果以下のことを確認した。

1. 複数ファンビーム近似法では不可能であった正確な CT 値の再構成が修正  $\rho$  フィルタ法では可能となる。
2.  $z$  軸方向の分解能を制御することにより、投影像の不完全性からくるアーチファクトを大幅に軽減することが可能である。

以上の 2 点は再構成画像の定量性、および画質を向上させるために極めて重要であり、本フィルタは 1 回転コーンビームスキャン方式による 3 次元 CT のための補正フィルタと



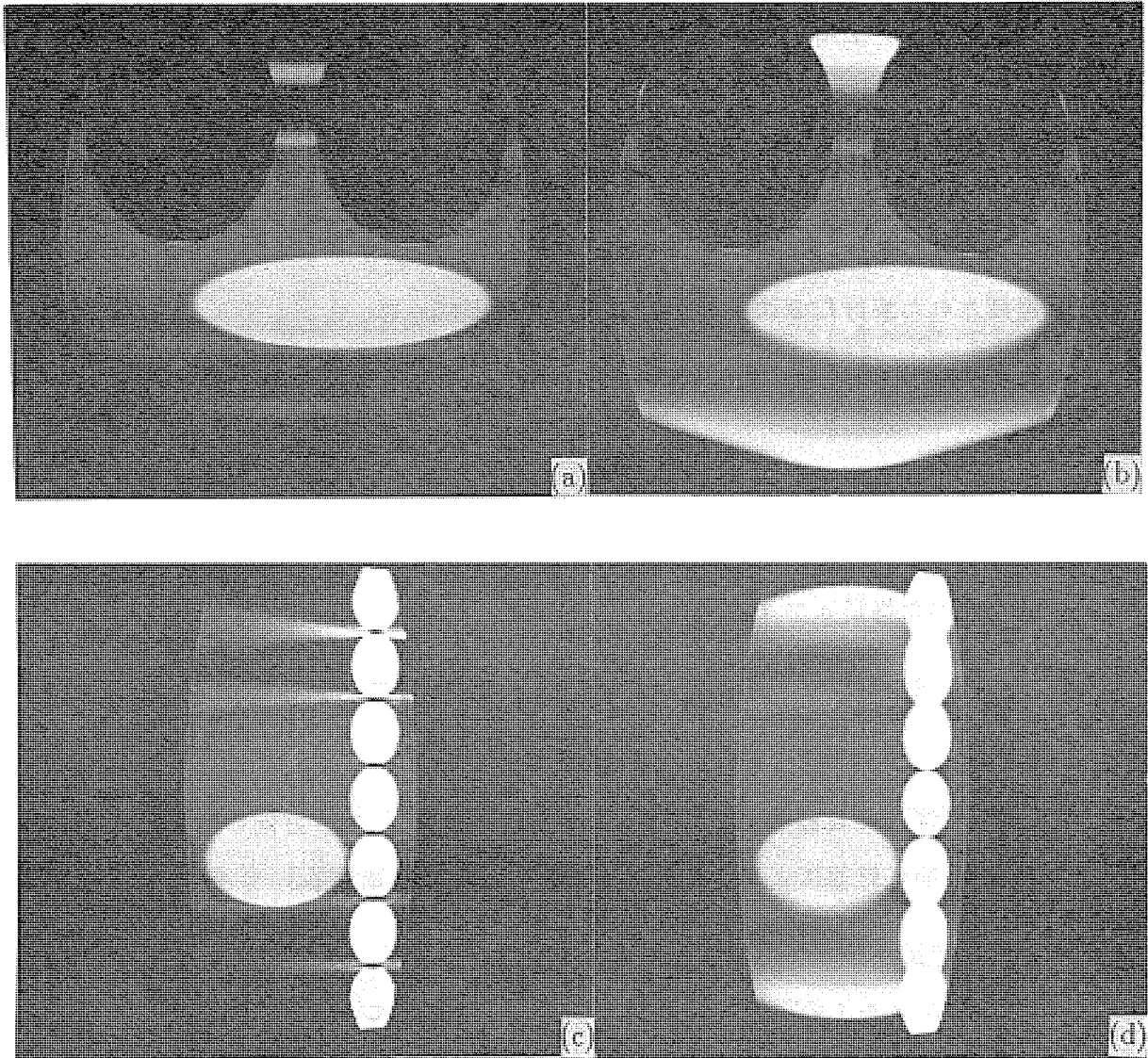


Fig. 2.11: Reconstructed images of the human body phantom(1)

- (a),(c) at  $yz$  plane( $x = 0\text{mm}$ ) and  $xz$  plane( $y = 0\text{mm}$ ) and multi fan-beam approximation method
- (b),(d) at  $yz$  plane( $x = 0\text{mm}$ ) and  $xz$  plane( $y = 0\text{mm}$ ) and modified  $\rho$  filter method

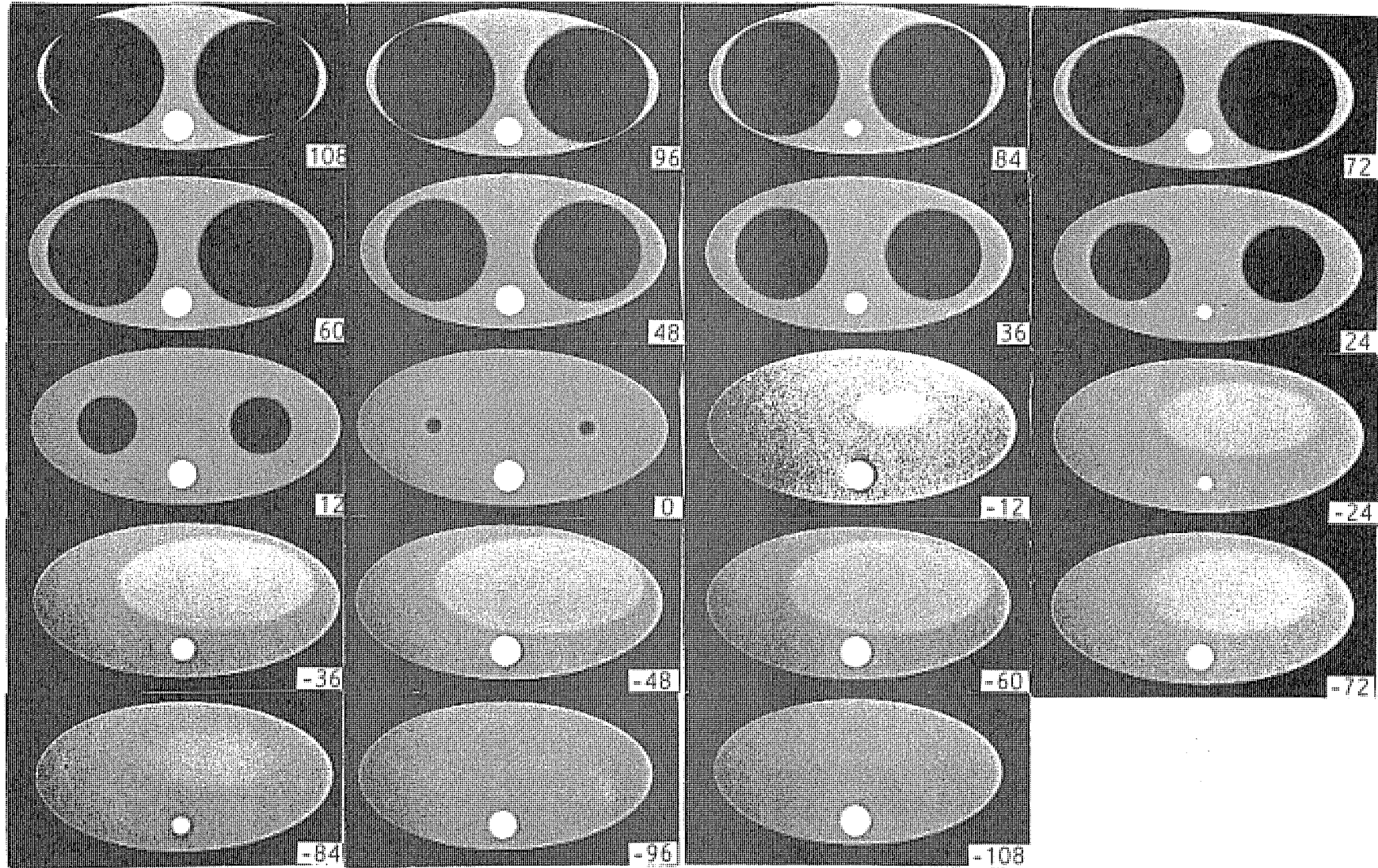


Fig. 2.12: Reconstructed images of the human body phantom(2)

(lower right numbers indicate  $z$  coordinate values)

して優れた特長を有するものと考え。さらに場所依存のフィルタ処理を行うことにより、完全再構成平面は2次元CTと同じ方法による再構成を行い、またその近傍は完全再構成平面からはなれるに従ってz軸方向の空間分解能は劣化するものの、アーチファクトが大幅に低減された再構成画像を得ることができる。また本アルゴリズムはスライスバイスライス法と異なり短時間で撮影できる。そのため、スライスバイスライス法に見られるような断層間の時間差からくる臓器の動きのない、明瞭な3次元像を観察できるため、本方法は臨床適用に際して極めて有用である。

## 第 3 章

# 不等間隔サンプリング逆フィルタ法による 3次元CT像再構成法

### 3.1 まえがき

第2章では、空間依存のぼけ回復フィルタを用いたフィルタ補正逆投影法について記した。この方式は再構成結果の定量性に優れ、かつアーチファクトの少ない像を得ることができる。しかしX線管の回転平面から離れた領域で、回転軸方向の空間分解能が低下する問題が存在した。これに対し本章では、逆フィルタの手法を用いた再構成方法を提案する。本方法は投影像をそのまま逆投影することにより算出した単純逆投影像に、逆フィルタの手法を適用した再構成手法であり、本来空間依存である単純逆投影像のインパルス応答を、空間不変に変換するために不均一座標系を導入したことを特徴とする方法である。

本章ではまず再構成に用いる逆フィルタの導出方法について述べた後、計算機シミュレーションによって本再構成方法の評価を行った結果について報告する。

### 3.2 再構成方法

#### 3.2.1 1回転コーンビームスキャン方式

図 3.1 に、本章において投影像を得る際に前提とした被検査体の計測方法を示す。被検査体領域を覆うコーンビームX線源とそれに対向する2次元検出器が一体となって被検査体の回りを1回転する。その間に一定間隔ごとにX線を曝射し、被検査体を通過したX線を2次元検出器で計測する(以下この計測方法を1回転コーンビームスキャン方式とす

る)。なお計測空間および再構成空間を X 線管回転軸 (以下回転軸) を  $z$  軸とする直角座標系で表現し、計測空間の原点は X 線源が描く回転平面と、回転軸の交点とする。回転中心から X 線源までの距離を  $R$ 、X 線源の角度位置を  $\theta$  とする。さらに 2 次元検出器上の投影平面において、回転軸に垂直な方向を  $u$  軸、平行な方向を  $v$  軸、投影平面における原点は X 線源と計測空間の原点を結ぶ直線と投影平面の交点とする。コーンビーム X 線の軌跡を X 線源から各検出器へ向かう線分  $l(\theta, u, v)$  で表す。また  $u$  軸方向、 $v$  軸方向へのコーンビーム X 線の最大開き角を、 $\theta_{max}$  とする。投影像  $p$  は被検査体の 3 次元的な吸収係数分布  $f(x, y, z)$  (以下原画像  $f$ ) の  $l$  上の線積分として式 (3.1) により得られる。

$$p(\theta, u, v) = \int f(x, y, z) dl = P_{ro}[f] \quad (3.1)$$

投影像  $p$  を投影軌跡  $l$  に沿って逆投影を行った結果を単純逆投影像  $f'$  とする。

$$f'(x, y, z) = \int p(\theta, u, v) d\theta = B_p[p] \quad (3.2)$$

また被検査体として  $(x_a, y_a, z_a)$  で示す任意の点  $a$  にインパルス  $\delta(x - x_a, y - y_a, z - z_a)$  を設定し、投影および単純逆投影を行った結果を点源のインパルス応答  $h_a$  と定義し、式 (3.3) で表す。

$$h_a(x, y, z) = B_p[P_{ro}[\delta(x - x_a, y - y_a, z - z_a)]] \quad (3.3)$$

### 3.2.2 逆フィルタ法

原画像  $f(x, y, z)$ 、単純逆投影像  $f'(x, y, z)$ 、インパルス応答  $h_a(x, y, z)$  の 3 次元フーリエ変換をおのおの  $F(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ 、 $F'(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ 、 $H_a(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$  とする。インパルス応答  $h_a$  がインパルスの位置によって変わらない場合、つまり空間不変のインパルス応答を持つ場合、式 (3.4) の関係が成立する。

$$F'(\omega_x, \omega_y, \omega_z) = F(\omega_x, \omega_y, \omega_z) H_a(\omega_x, \omega_y, \omega_z) \quad (3.4)$$

従ってインパルス応答  $h_a$  が既知の場合、原画像  $f$  は単純逆投影像  $f'$  から式 (3.5) に示す逆フィルタ法を用いることにより再構成可能である。

$$f(x, y, z) = F^{-1} \left[ \frac{F'(\omega_x, \omega_y, \omega_z)}{H_a(\omega_x, \omega_y, \omega_z)} \right] \quad (3.5)$$

F<sup>-1</sup>: 逆フーリエ変換

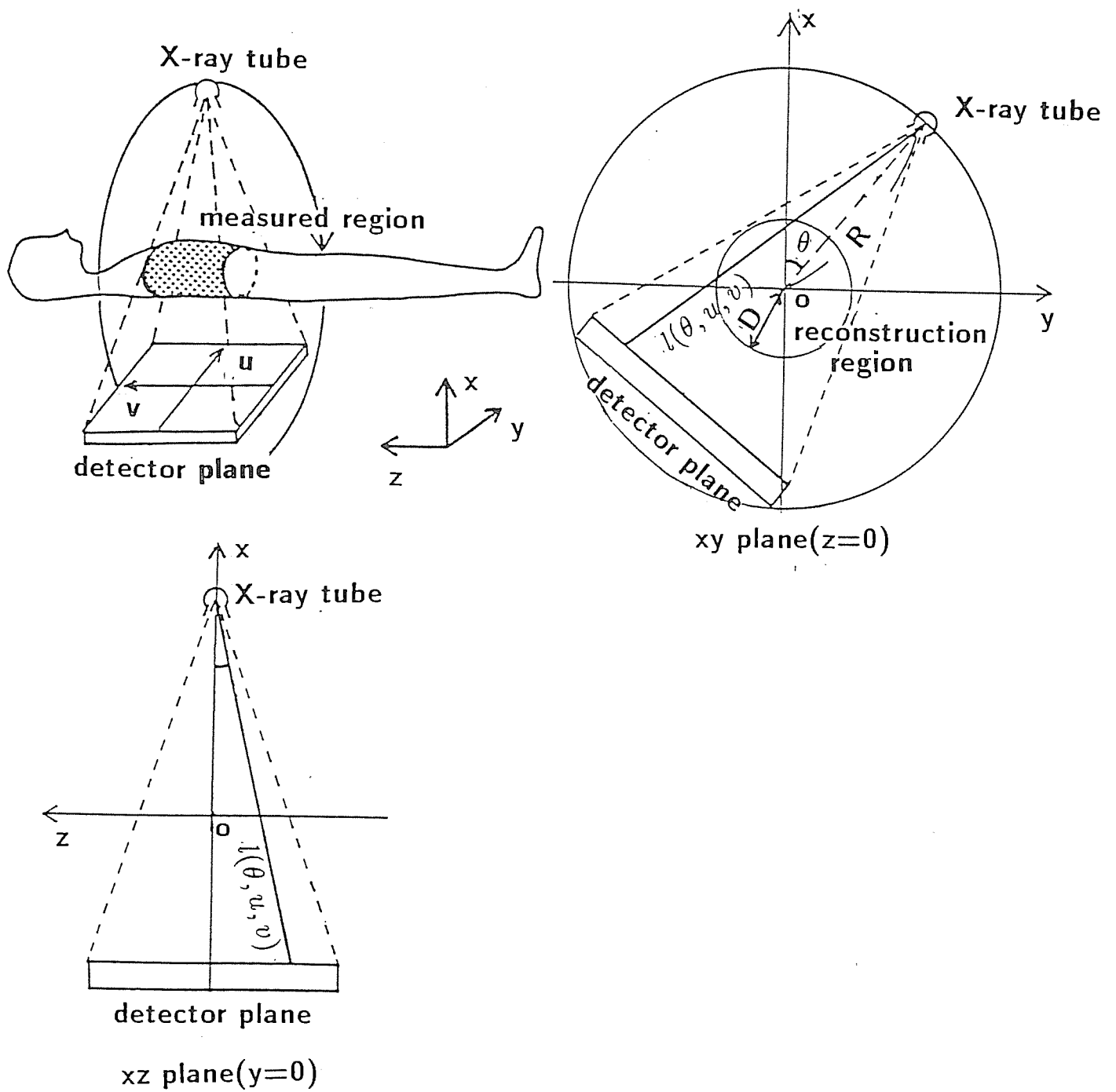


Fig. 3.1: Measuring geometry for single cone-beam scan type CT-system

しかし逆フィルタ法を、一回転コーンビームスキャン方式によって得られる単純逆投影像  $f'$  に適用するには以下の2つの問題点が存在する。

(a) インパルス応答の空間依存性

(b) 逆フィルタの安定性

本章では、問題点 (a) に対して、インパルス応答を空間不変に変換するために、3.2.3 で述べる不均一な座標を導入する。さらに問題点 (b) に対しては 3.2.5 において、一回転コーンビームスキャン方式による投影の不完全性について示した後、逆フィルタを安定に保つための補正方法について述べる。

### 3.2.3 不均一座標系の導入

逆フィルタ法による再構成は、インパルス応答の空間不変性が前提である。そこでまず、一回転コーンビームスキャン方式におけるインパルス応答について考える。被検査体として点  $a(x_a, y_a, z_a)$  にインパルスを設定し、位置  $(R \cos \theta, R \sin \theta, 0)$  にある X 線源から投影を行う場合、インパルスの投影軌跡、および逆投影軌跡は共に式 (3.6) となる。

$$\frac{x - x_a}{R \cos \theta - x_a} = \frac{y - y_a}{R \sin \theta - y_a} = \frac{z - z_a}{-z_a} \quad (3.6)$$

ただし  $z_a \neq 0$

点  $(x_a, y_a, z_a)$  にあるインパルスを  $z$  軸を中心として全周にわたって逆投影した結果、インパルスのぼけが平面  $z = z_b$  に混入するパターン  $h_a(x, y, z_b)$  は、式 (3.6) より

$$h_a(x, y, z) = \int \delta\left((z_a - z_b) \frac{R \cos \theta - x_a}{z_a} + x_a - x, (z_a - z_b) \frac{R \sin \theta - y_a}{z_a} + y_a - y\right) d\theta \quad (3.7)$$

式 (3.7) で示すぼけ応答は、設定したインパルスと平面  $z_b$  の距離だけでなく、インパルスの位置  $z_a$  に対しても依存するため、逆フィルタ法により原画像  $f$  を再構成することはできない。

本章では近似的に  $z$  軸上にインパルスがある場合の応答だけを考える。すると式 (3.7) は以下のように変形できる。

$$h_a(x, y, z_b) = \int \delta\left((z_a - z_b) \frac{R \cos \theta}{z_a} - x, (z_a - z_b) \frac{R \sin \theta}{z_a} - y\right) d\theta \quad (3.8)$$

さらに  $z$  を (3.9) に示す式により  $\nu$  に変数変換する。

$$z = \alpha \exp(\beta \nu) \quad (3.9)$$

$$(\nu > 0)$$

$\alpha, \beta$  :歪座標系を規定する正の定数項

従って  $z = z_a$  に存在するインパルス の 3次元空間  $(x, y, \nu)$  上の平面  $\nu = \nu_b$  におけるぼけは、式 (3.8)(3.9) より

$$h_a(x, y, \nu_b) = \int \delta(DR \cos \theta - x, DR \sin \theta - y) d\theta \quad (3.10)$$

$$\text{ただし } D = 1 - \exp(\beta \Delta \nu)$$

$$\Delta \nu = \nu_b - \nu_a$$

従って式 (3.9) に示す変数変換を行うことにより、式 (3.10) で示すぼけの混入パターンは式 (3.8) とは異なり、平面間の距離  $\Delta \nu$  だけの関数となる。つまり、インパルス応答が空間不変となる。以後この変数変換を行ったインパルス応答を  $h_u(x, y, \nu)$ 、単純逆投影像を  $f'_u(x, y, \nu)$ 、逆フィルタによる再構成結果を  $f_u(x, y, \nu)$  と表現する。したがって式 (3.5) は式 (3.11) となる。

$$f_u(x, y, \nu) = \mathbf{F}^{-1} \left[ \frac{F'_u(\omega_x, \omega_y, \omega_\nu)}{H_u(\omega_x, \omega_y, \omega_\nu)} \right] \quad (3.11)$$

$$\text{ただし } F'_u = \mathbf{F}[f'_u]$$

$$H_u = \mathbf{F}[h_u]$$

式 (3.9) で示す座標変換は、離散系においては  $z$  軸方向の不等間隔サンプリングで実現でき、 $z$  軸方向のサンプリング間隔は式 (3.12) で定義できる。

$$d\nu = \frac{dz}{\beta z} \quad (3.12)$$

つまり  $z$  が大きくなるに比例して  $z$  軸上でのサンプリング間隔が増大する不等間隔サンプリングとなる。この不均一座標では、 $z = 0$  近傍におけるサンプリング間隔が非常に密となり、さらに  $z = 0$  ではサンプリング間隔が不定になる。つまり本座標変換では  $z = 0$  平面の再構成は不可能であり、またその近傍を再構成するためには非常に多くのサンプリ



ング点を必要とするため現実的ではない。しかし本来この領域は第 2 章で提案した再構成アルゴリズムを用いることにより完全な 3 次元再構成が可能である。図 3.2 に  $z$  軸上の適当な 2 点にインパルスを設定した場合のインパルス応答の軌跡を示す。図 3.2 (a) は等間隔サンプリングされた場合、(b) は本章で提案した不等間隔サンプリングを行った場合である。(a) に示す等間隔サンプリング結果は設定したインパルスの位置によりインパルス応答が異なる。しかし (b) に示す不等間隔サンプリングの場合はインパルス応答は、インパルスの位置に依存しないことが分かる。従って単純逆投影像から逆フィルタの手法を用い、被検査体を再構成することが可能となる。

### 3.2.4 逆フィルタの算出

3.2.3 において不均一なサンプリングを行うことにより一回転コーンビームスキャン方式におけるインパルス応答が空間不変になることを示した。従って式 (3.11) を用いることにより単純投影像から被検査体を再構成することが可能である。その際必要となる逆フィルタ関数  $1/H_u(\omega_x, \omega_y, \omega_\nu)$  は、計算機により算出した離散的なインパルス応答  $h_u$  から数値解析によって直接算出することは可能である。しかし一般に式 (3.10) で算出した  $h_u$  (すなわち  $h_u(x, y, \nu)$ ) は設定したインパルスの位置と各座標点との距離の逆数で示される変調を受けるため [10]、インパルスの存在する位置で発散する。そのため離散的なフーリエ変換で正確に  $H_u(\omega_x, \omega_y, \omega_\nu)$  を算出することは困難である。

そこで本章ではインパルス応答の回転軸に対する対称性を利用し、Hankel 変換を用いて逆フィルタ関数を算出する。まず再構成空間を  $(x, y, \nu)$  で示す直角座標系から、式 (3.13) を用い  $(r, \theta, \nu)$  で示す円筒座標系に変換する。

$$\begin{aligned} x &= r \cos \theta \\ y &= r \sin \theta \\ r^2 &= x^2 + y^2 \\ \tan \theta &= \frac{y}{x} \end{aligned} \tag{3.13}$$

円筒座標系におけるインパルス応答のフーリエ変換は式 (3.14) となる。

$$H_u(\omega_r, \omega_\theta, \omega_\nu) = \iiint h_u(r, \theta, \nu) \exp(-j\omega_r r \cos(\theta - \omega_\theta) + \omega_\nu \nu) r dr d\theta d\nu \tag{3.14}$$

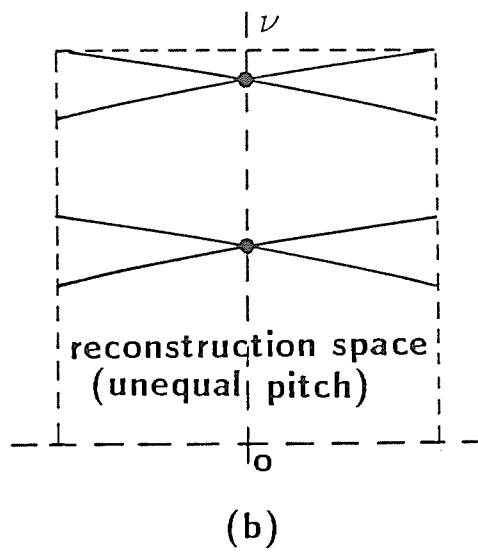
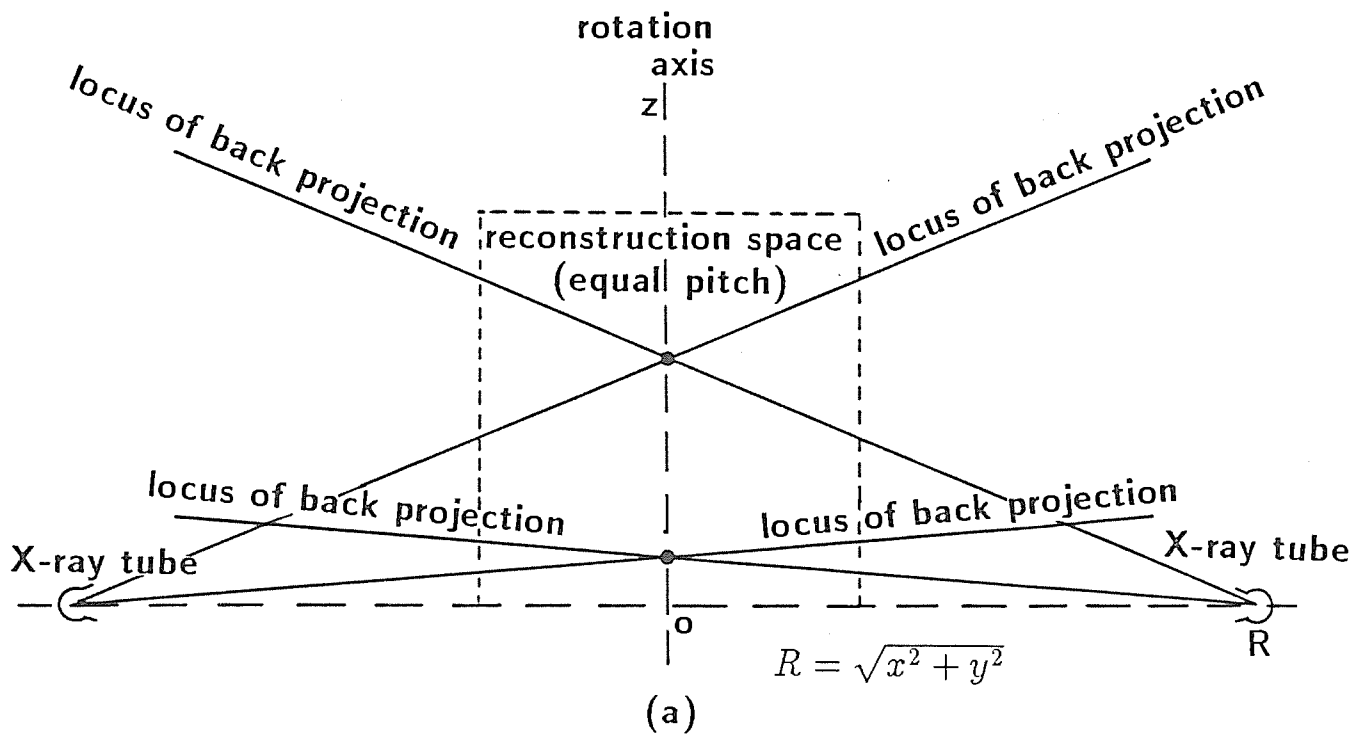


Fig. 3.2: Locus of back projection on equal pitch and unequal pitch 3-D space

- (a) Equal pitch sampling
- (b) Proposed unequal pitch sampling

インパルス応答は  $\theta$  に対して回転対称であるので式 (3.14) は Hankel 変換となる [11]。

$$H_u(\omega_r, \omega_\theta, \omega_\nu) = 2\pi \int \int h_u(r, \nu) J_0(\omega_r r) \exp(-j\omega_\nu \nu) r dr d\nu \quad (3.15)$$

さらに式 (3.15) の積分の順序を変更すると

$$H_u(\omega_r, \omega_\theta, \omega_\nu) = 2\pi \int \left[ \int h_u(r, \nu) \exp(-j\omega_\nu \nu) d\nu \right] r J_0(\omega_r r) dr \quad (3.16)$$

式 (3.16) の内側の積分は  $\nu$  に対するフーリエ変換である。つまりインパルス応答を  $\nu$  に対してフーリエ変換した後、 $r J_0(\omega_r r)$  を乗じ  $r$  で積分することにより  $H_u(\omega_r, \omega_\theta, \omega_\nu)$  を算出できる。さらに直交座標系に戻すことによりインパルス応答のフーリエ変換  $H_u(\omega_x, \omega_y, \omega_\nu)$  を得る。なお Hankel 変換を用いる本方法では、インパルスの存在する位置でのインパルス応答は発散しないため、算出したインパルス応答のフーリエ変換  $H_u(\omega_x, \omega_y, \omega_\nu)$  はインパルス応答  $h_u(x, y, \nu)$  から数値解析により求める方法に比べ、より正確に求めることが可能である。さらに式 (3.15) により求めた  $H_u(\omega_x, \omega_y, \omega_\nu)$  を式 (3.11) に代入することにより単純逆投影像  $f'_u(x, y, \nu)$  から被検査体  $f_u(x, y, \nu)$  を再構成することが可能となる。しかし 2.3 で述べたように一回転コーンビームスキャン方式による計測は、完全には被検査体を再構成できない不完全再構成像であるため、式 (3.16) より求めた  $H_u(\omega_x, \omega_y, \omega_\nu)$  をそのまま式 (3.11) に代入し、逆フィルタ処理を行うと、処理結果が非常に不安定となる。そこで次に 3 次元フーリエ空間での投影像の不完全性を考慮した、逆フィルタ処理安定化の方法について考える。

### 3.2.5 投影像の不完全性と逆フィルタ処理の安定化

一回転コーンビームスキャン方式により投影、逆投影した単純逆投影像のフーリエ空間での不完全性については 2.3 で示した。つまり一回転コーンビームスキャン方式で得られた投影像の不完全性は、周波数空間では  $\omega_\nu$  軸近傍の情報が、他の領域に比べ非常に不足した偏った分布となる。従って情報量の非常に少ない領域である  $\omega_\nu$  軸の近傍をその他の領域と同じように、逆フィルタ処理を行うと、処理結果が非常に不安定になることは明らかである。

そこでここでは  $\omega_\nu$  軸の近傍の領域を除去する周波数空間での 3 次元窓関数  $W(\omega_x, \omega_y, \omega_\nu)$  を掛けることにより逆フィルタを安定化させることを考えた。式 (3.17) はフーリエ空間

での不完全性に注目した 3 次元窓関数  $W_1(\omega_x, \omega_y, \omega_\nu)$  である。

$$W_1(\omega_x, \omega_y, \omega_\nu) = \begin{cases} 1 & 0 \leq \theta < \theta_s \\ \frac{1}{2}(1 + \cos(\pi \frac{\theta - \theta_s}{\theta_e - \theta_s})) & \theta_s \leq \theta \leq \theta_e \\ 0 & \theta_e < \theta \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (3.17)$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\omega_\nu}{\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}}$$

なお  $\theta_s, \theta_e$  は領域除去範囲を決定するパラメータである。

また従来の 2 次元 CT では再構成画像の画質を向上させるために、高い周波数成分を制限している [6]。そこで本章においても、高い周波数を制限する式 (3.18) で示す窓関数を用いた。

$$W_2(\omega_x, \omega_y, \omega_\nu) = \frac{\sin(\omega_r/2)}{\omega_r} \quad (3.18)$$

$$\omega_r = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_\nu^2}$$

従って最終的な窓関数  $W(\omega_x, \omega_y, \omega_\nu)$  は式 (3.19) となる。

$$W(\omega_x, \omega_y, \omega_\nu) = W_1(\omega_x, \omega_y, \omega_\nu) W_2(\omega_x, \omega_y, \omega_\nu) \quad (3.19)$$

### 3.3 計算機シミュレーション

3.2 で考察した再構成方法を計算機シミュレーションによって確認した。計算機シミュレーションには X 線吸収係数が一定な回転楕円体ファントム 1 (中心  $z = 50mm$ , 半径  $x, y, z$  方向とも  $40mm$ ), 2 (中心  $z = 50mm$ , 半径  $x, y$  方向  $60mm$ ,  $z$  方向  $40mm$ ) と、図 3.3 に示す人体を模擬したファントムを用いた。人体ファントムの各臓器間の相対吸収係数は身体を 1.00 としたときに、肺が 0.75、肝臓が 1.04、背骨が 2.00 と設定した。なお 3.2.3 で述べたように本手法では  $z = 0$  およびその近傍の再構成を行うことはできない。従って回転楕円体ファントムの場合  $z > 0$  領域についてのみ再構成を行い、人体ファントムの場合は  $z > 0$  領域と  $z < 0$  領域に分けて独立に行った。図 3.4 に計算機シミュレーションの方法を示す。まず設定したファントムの投影像を算出する。その際、 $\nu$  軸方向の検出器の間隔は、 $\nu$  軸のサンプリング間隔に一致させた。なお投影像は  $u$  方向 128 個、 $\nu$  方向 128 個の検出器がアレイ状に並んでいるものとし、X 線源の描く円軌道に沿って等間

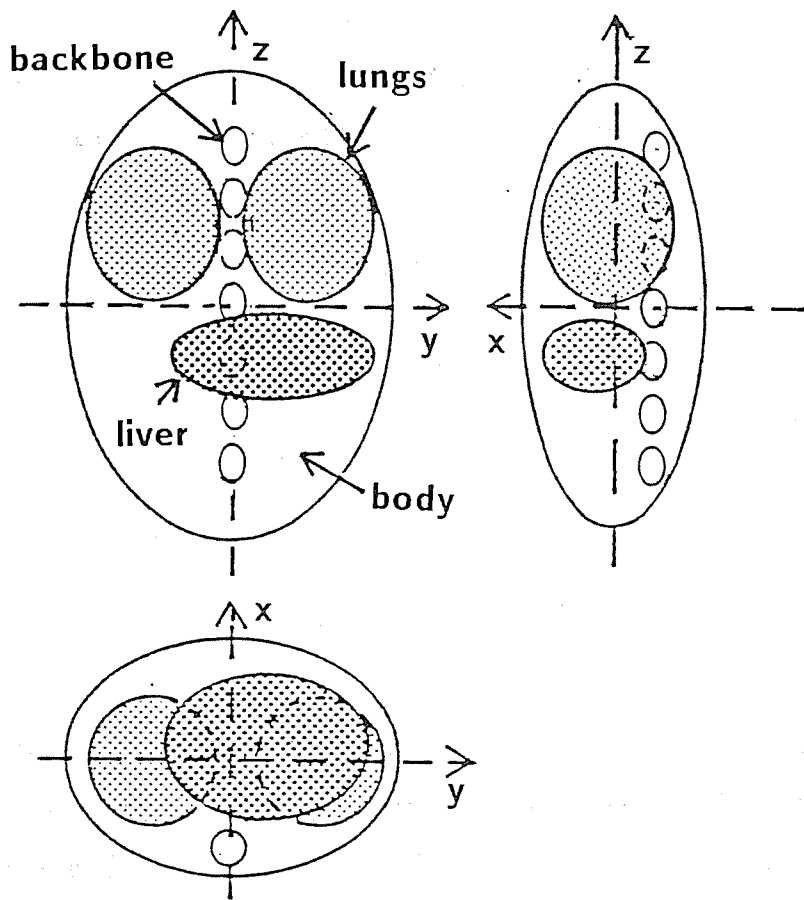


Fig. 3.3: Human body phantom for computer simulation

隔で 160 枚計測を行った。次に  $128 \times 128 \times 128$  画素からなる不等間隔ピッチの再構成空間に、投影像を投影軌跡に沿って逆投影を行う。なお再構成対象空間としては、 $z > 0$  の領域では  $z = 5\text{mm}$  から  $z = 220\text{mm}$  の間を、 $z < 0$  領域では  $z = -5\text{mm}$  から  $z = -220\text{mm}$  の間を式 (3.12) で示す不等間隔サンプリングを行った再構成空間を用いた。得られた単純逆投影像を 3 次元フーリエ変換し、2. で述べた逆フィルタ関数を掛けたのち、3 次元逆フーリエ変換を行う。この逆フィルタ処理により得られた再構成結果は、不均一サンプリングによる結果であるので、最後に均一サンプリング空間に変換を行い、3 次元再構成画像を算出した。なお均一サンプリング空間は  $128 \times 128 \times 128$  画素で構成され、画素間隔は  $4\text{mm}$  に設定した。

また X 線源と回転中心との距離  $R$  を  $800\text{mm}$ 、 $\theta_{max}$  を 30 度、3 次元窓関数における  $\theta_s, \theta_e$  はそれぞれ 77 度、82 度に設定した。図 3.5 (a) に  $\omega_r, \omega_p$  平面における 3 次元窓関数  $W$  を、図 3.5 (b) に 3.2.4 で述べた手法により算出した逆フィルタ関数に窓関数  $W$  を掛けた後の実数部を示す。なお逆投影を行う座標は画素間隔で量子化されている。逆投影処理はこの量子化された座標点に、X 線源と逆投影される座標点を結ぶ直線を検出器方法に延長し、交差した点の投影像の値を埋め込む処理である。しかし投影像も検出器間隔で量子化されているため、一般には直線と交わる点の投影像を求めるために補間が必要である。この補間はフィルタ補正逆投影法による再構成の場合、再構成画像の画質に大きな影響を及ぼすことが知られており [12][13]、一般には高次補間が用いられる。本章で提案する逆フィルタ法においても、逆投影時の補間には、高次補間が望ましいと考える。しかし多量の投影像を 3 次元空間に逆投影する必要があるため、本計算機シミュレーションでは、補間処理に線形補間を使用した。

図 3.6 に本章で述べた逆フィルタ法により回転楕円体ファントムの再構成を行った再構成結果の直線  $y = z = 0\text{mm}$  および  $z = y = 0\text{mm}$  上の吸収係数値の変化曲線 (以下プロフィール) を示す。両結果から、本章で提案した逆フィルタ手法を用いた再構成で回転楕円体ファントム 1,2 ともほぼ良好に再構成できていることが確認できる。

図 3.7 に人体ファントムの  $yz$  平面 ( $x = 0\text{mm}$ ),  $xz$  平面 ( $y = 0\text{mm}$ ) における再構成結果を示す。また図 3.8 に図 3.7 で示した各位置におけるプロフィールを示す。なお  $-5\text{mm} \leq z \leq 5\text{mm}$  の領域は本章で述べた再構成方法では再構成できないため、修正  $\rho$

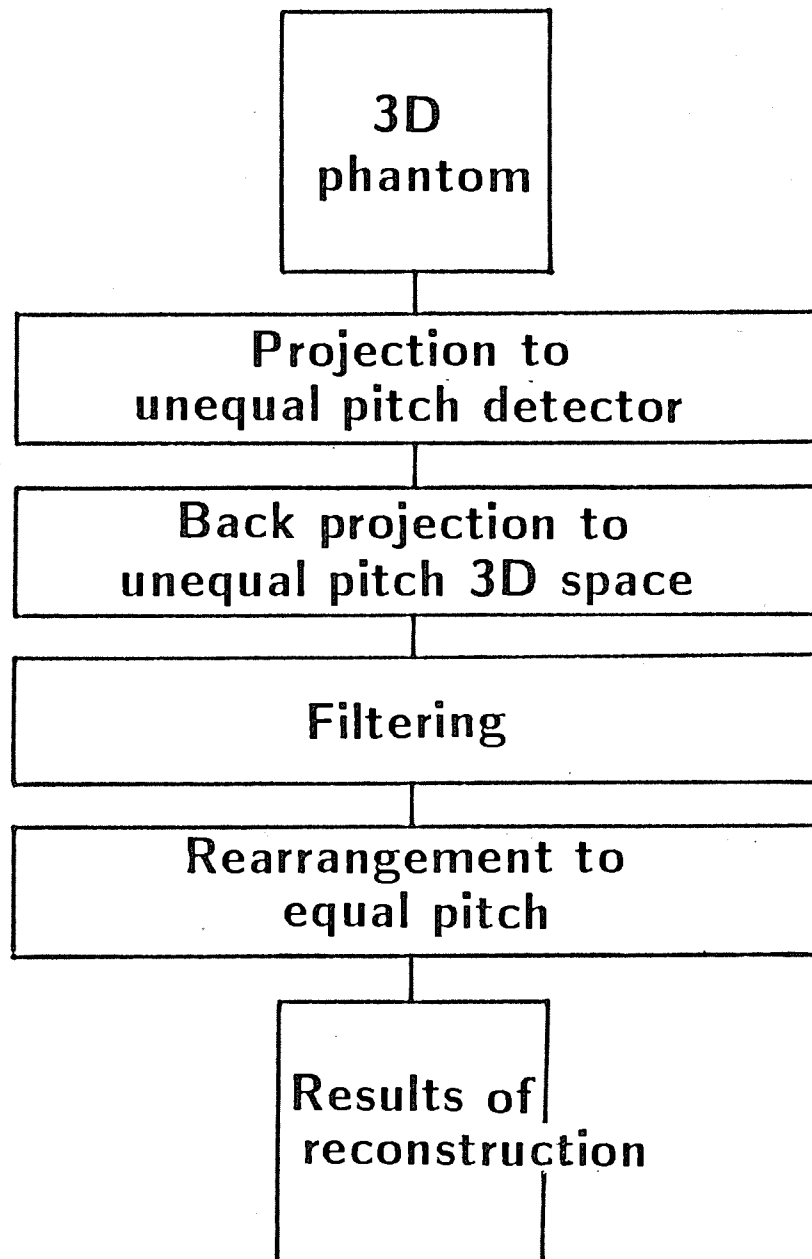
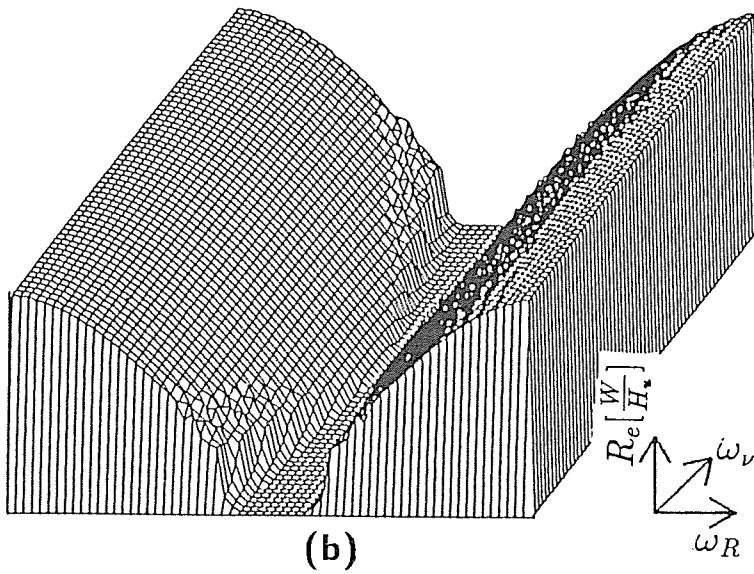
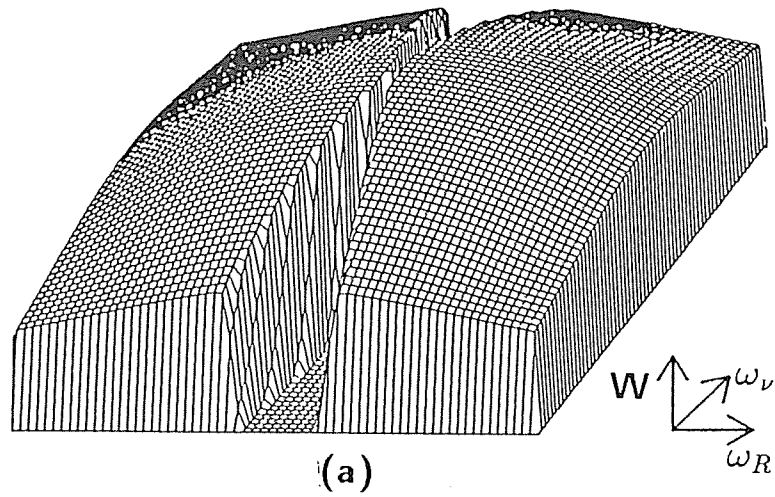


Fig. 3.4: Method of computer simulation



$$\omega_R = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}$$

Fig. 3.5: Window function and inverse filter after windowing

- (a) Window function  $W$
- (b) Inverse filter function after windowing



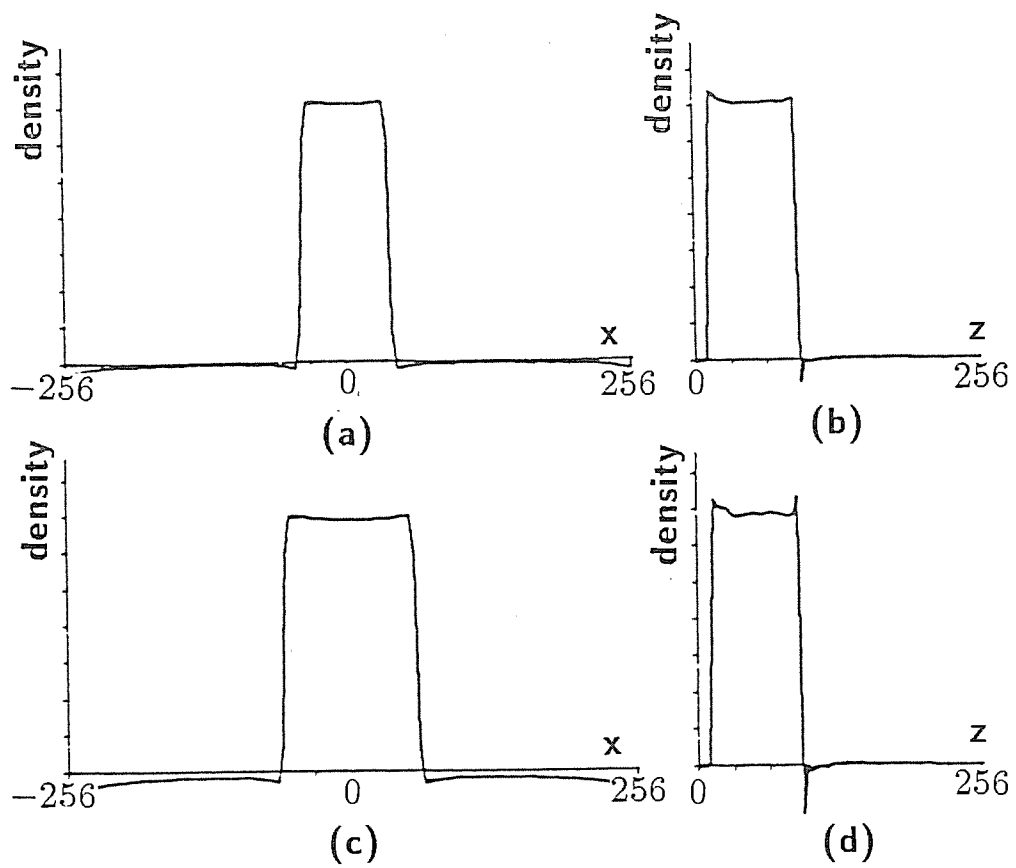


Fig. 3.6: Reconstructed images of the rotationally symmetric ellipsoid phantoms

- (a),(b) at  $y = z = 0\text{mm}$  and  $x = y = 0\text{mm}$  (phantom1)  
(c),(d) at  $y = z = 0\text{mm}$  and  $x = y = 0\text{mm}$  (phantom2)

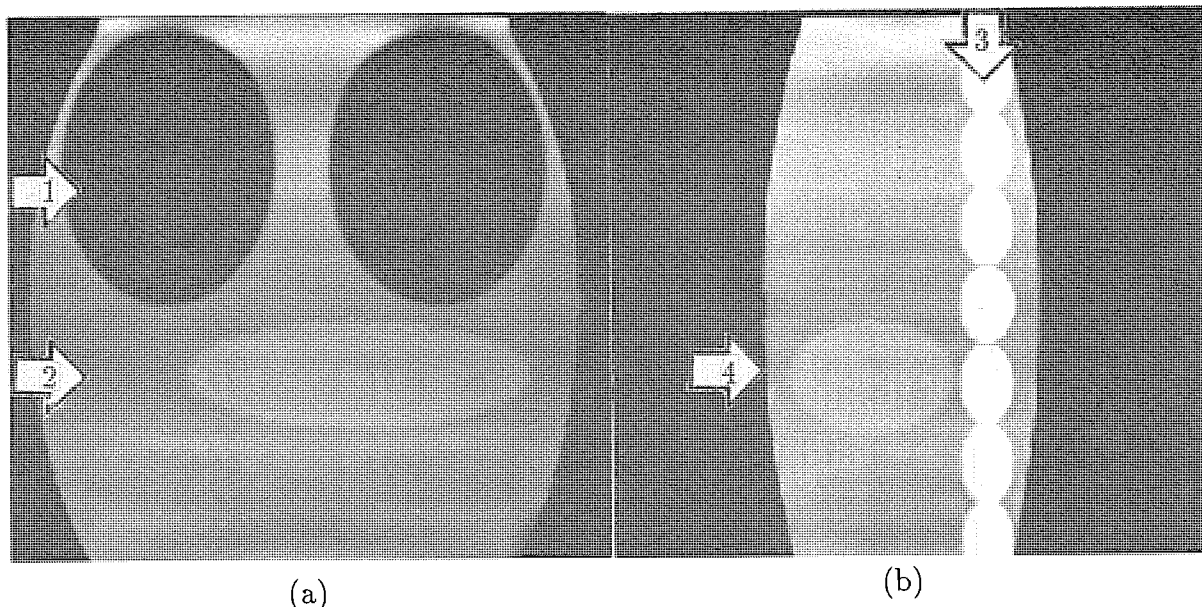


Fig. 3.7: Reconstructed images of the human body phantom

- (a)  $yz$  plane( $x = 0\text{mm}$ )  
 (b)  $xz$  plane( $y = 0\text{mm}$ )

フィルタ法により再構成を行った結果を用いた。また図 3.9 に  $z$  軸に垂直な平面を一定間隔ごとに示す。図 3.7, 図 3.8, 図 3.9 に示すように人体ファントムについても良好に再構成可能であった。

しかし、本章で提案した座標変換は、被検査体としてインパルスが  $z$  軸上に存在する場合においてのみ完全に被検査体を再構成できる。つまり被検査体が  $z$  軸から離れるに従ってアーチファクトが発生する性質がある。肝臓の辺縁付近のアーチファクトはこの影響と考える。また、特に人体ファントムにおいて再構成結果の吸収係数値の 0 レベルが変動している。つまり本来、ファントムの存在しない場所は吸収係数値が 0 であるべきであるが、再構成結果は背景の吸収係数値が負値となっている。これは本来無限に広い空間に逆投影される単純逆投影像を有限な空間で打ち切って再構成を行うことによる打ち切り誤差の影響と考える。再構成時の打ち切り誤差低減の方法は、井上らによって提案されている [13]。この方法を本章で述べた逆フィルタ法に適用することにより、この誤差は低減できると考える。しかし井上らの方法を 3 次元空間に適用した場合、8 倍の領域が必要となる。今回は計算機の制限によりこの方法を適用しなかった。しかしこの問題は、本アル

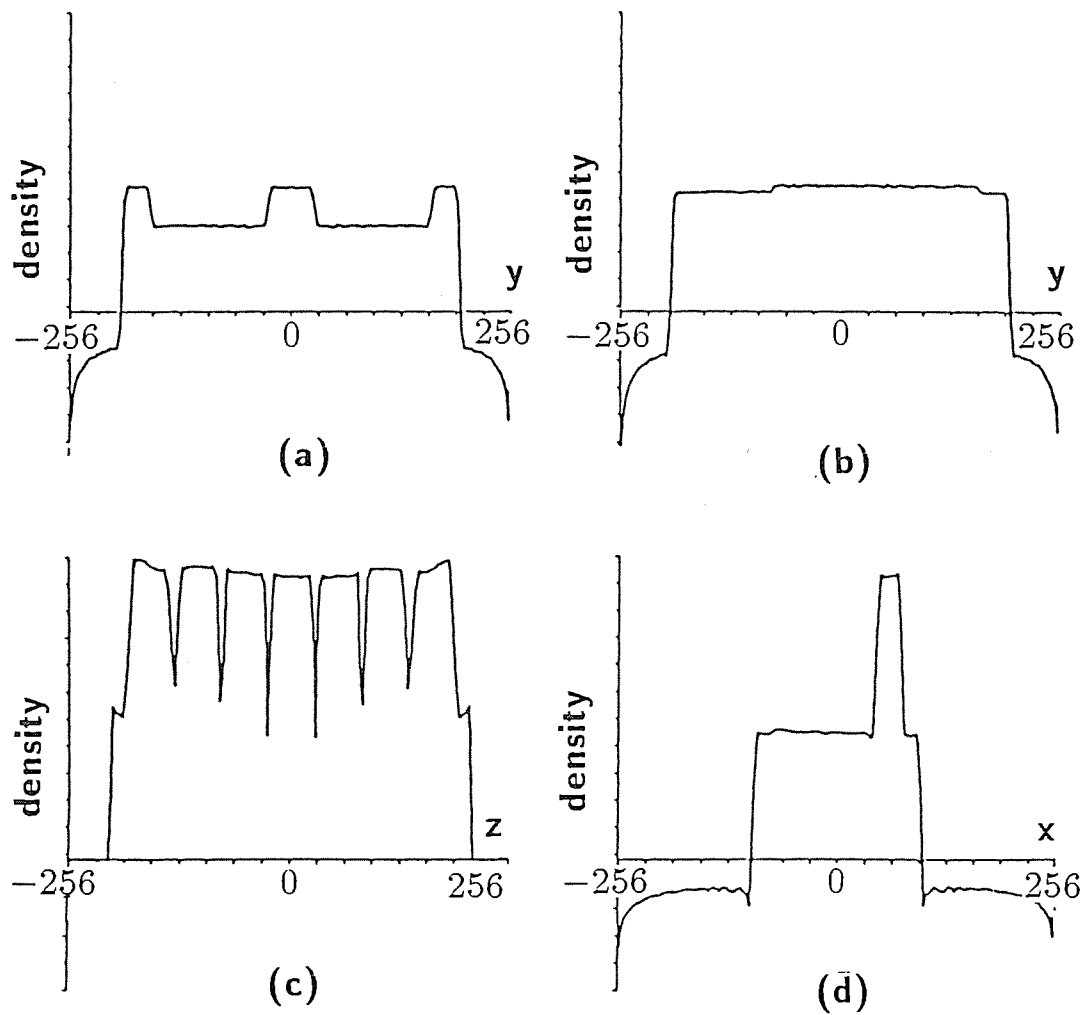


Fig. 3.8: Reconstructed images of the human body phantom  
 (a),(b),(c) and (d) are profiles of each line(1,2,3,4) in Fig 3.7

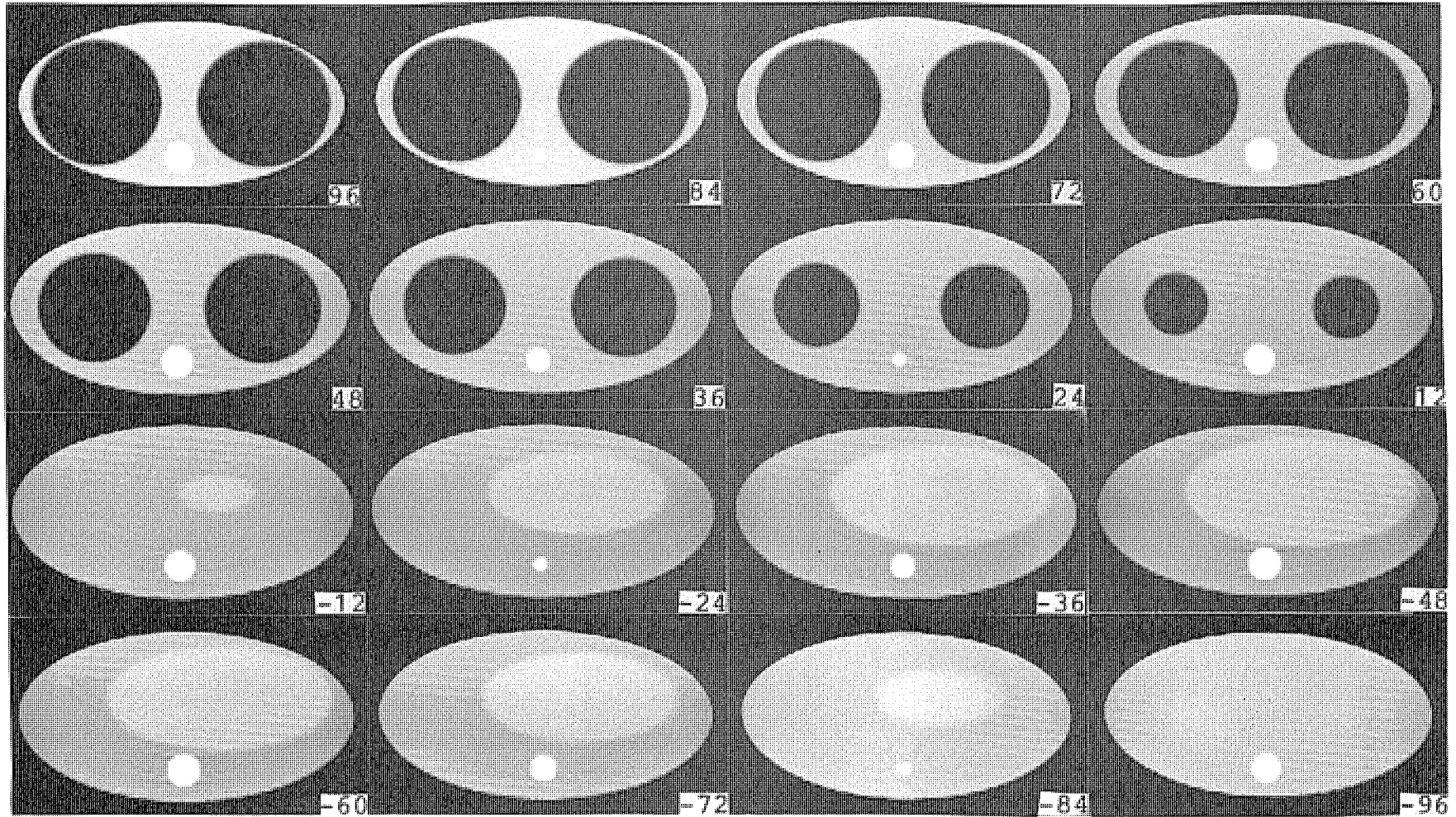


Fig. 3.9: Reconstructed images of the human body phantom (2)  
(lower right numbers indicate  $z$  coordinate values)

ゴリズムを臨床に適用する場合、専用のハードウェアを製作することにより解決すると考  
える。

### 3.4 まとめ

本章ではコーンビーム X 線を用いて被検査体の回りを 1 回転して計測して得られた不完全投影像から、逆フィルタ法により再構成するアルゴリズムについて検討した。本アルゴリズムの特長として

1. 投影空間および再構成空間において、サンプリング間隔が不均一な座標を設定した。  
この不均一座標を設定することにより、本来空間依存であるインパルス応答を、空間不変にすることができた。従って逆フィルタの適用が可能となった。
2. 投影像の不完全性の周波数空間での空間依存性に着目し、逆フィルタを不安定にする領域を制限する窓関数を用いた。

さらに本再構成アルゴリズムを計算機シミュレーションによって確認した。その結果回転楕円体ファントムおよび、人体ファントムとも良好な再構成が可能であった。

さらに第 2 章で提案した修正  $\rho$  フィルタ法を用いたフィルタ補正逆投影法による再構成と比較すると、

1. 逆フィルタ法はフィルタ補正逆投影法に比べ、X 線管回転平面から離れた領域における空間分解能の低下が少ない。
2. 逆フィルタ法は、被検査体が X 線管回転軸上にある場合のみ、アーチファクトがない再構成画像を得ることができる。従って実際には被検査体が回転軸から離れるに従ってアーチファクトが発生する。修正  $\rho$  フィルタ法は基本的に被検査体の存在位置に対する制限はなく、またアーチファクト量はアーチファクト制御定数により制御可能である。
3. 計算資源の使用量から比較すると、被検査体すべての内部構造を再構成しようとした場合、逆フィルタ法は修正  $\rho$  フィルタ法に比べて少ない計算時間で再構成が可能である。また必要メモリ空間の面から比較すると、単純逆投影像と再構成結果の 2 つの 3 次元空間を同時にもつ必要のある逆フィルタ法は、修正  $\rho$  フィルタ法に比べ、大量のメモリを必要とする。

4. 修正 $\rho$ フィルタ法は選択的に任意の2次元断面を再構成することができる。従って、計算時間の節約につながる。逆フィルタ法は3次元空間の再構成を同時に行う必要がある。

一回転コーンビームスキャン方式による計測を行い、第3章で提案した修正 $\rho$ フィルタ法によるフィルタ補正逆投影法および本章で提案した不均一サンプリング間隔を用いた逆フィルタ法により再構成を行った結果は、計測が非常に短時間で終了するため、スライスバイスライス法のように、計測時間差が原因となる各断層間のずれがなく、明瞭な3次元像を観察することが可能である。そのため本方法による再構成結果は臨床診断上きわめて有効である。

## 第 4 章

# 逆フィルタ法を用いたデジタル多断層再構成法

### 4.1 はじめに

体軸方向断層像を得るために、被検査体を中心として X 線源と X 線フィルムを対向させ、両者を回転させながら撮影し、目的断層以外をぼかして体軸方向の断層像を得る X 線断層装置が実用化されている。この方法は、通常の X 線 CT では得られない体軸方向の断層像が得られるという利点はあるものの、一回の走査で一断面しか得られないうえ、目的断層以外からのぼけ (障害陰影) が混入し、不鮮明な画像となる。

最近、X 線断層装置により得られた投影像を、計算機を用いて処理することにより、被検査体の 3 次元的な吸収係数分布を再構成する手法が提案されている。Knutsson らは、計測された投影像にフィルタ処理を行った後、逆投影することにより 3 次元再構成を行う手法を提案した [9]。本章では、この方法とは異なり得られた投影像をそのまま逆投影することにより求めた単純逆投影像から、逆フィルタの手法を用いて被検査体の 3 次元再構成を行う手法を検討する。まずこの手法における逆フィルタ関数の算出を行った後、X 線断層装置によって実際にファントムの撮影を行って得られた投影像に、本アルゴリズムを適用し再構成を行った結果について示す。



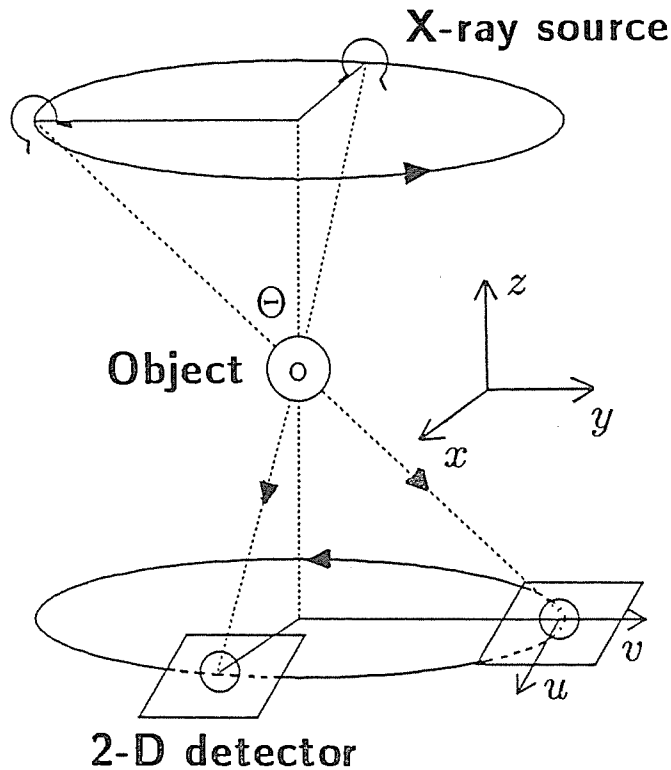


Fig. 4.1: Measuring geometry for digital X-ray tomo-synthetic system

## 4.2 計測方法

図 4.1 に本方式における投影像の計測方法を示す。X線断層装置はX線源と2次元検出器から構成される。X線源から発生したX線は、被検査体を通過して2次元検出器において計測される。またX線源は検査領域上方を $z$ 軸を回転中心として走査する。同時に検査領域の下方に水平に配置された2次元検出器がX線源に同期して移動することによって、走査軌跡の各位置における複数枚の投影像を得る。なお計測及び再構成空間をX線源の回転軸を $z$ 軸とする直角座標系で表現し、計測空間の原点は被検査体の中心とする。またX線源の回転軸に対する傾き角を投影角度 $\theta$ とする。さらに2次元検出器上の投影平面において、 $x$ 軸に平行な方向を $u$ 軸、 $y$ 軸に平行な方向を $v$ 軸、投影平面における原点はX線源と計測空間の原点を結ぶ直線と投影平面の交点とする。またX線の軌跡をX線源から各検出器へ向かう線分 $r(u, v, \phi)$ で表す。2次元投影像 $p$ は被検査体の3次元的な吸収係数分布 $f(x, y, z)$ (以下原画像 $f$ )の $r$ 上の線積分である式(4.1)で定義できる。

$$p(u, v, \phi) = \int f(x, y, z) dr \quad (4.1)$$

2次元投影像  $p$  を投影軌跡  $r$  に沿って逆投影を行った結果を単純逆投影像  $g$  とする。

$$g(x, y, z) = \int p(u, v, \phi) d\phi \quad (4.2)$$

さらに、計測空間の原点にインパルスを設定し、投影および逆投影を行って得た単純逆投影像をインパルス応答  $h(x, y, z)$  とする。なお、撮影に用いる X 線は、X 線源から 2 次元検出器まで円錐状に広がったコーンビーム軌跡を有する X 線であるが、本報告では近似的に X 線源が十分遠方にあるものと仮定した。従って式 (4.2) に示した逆投影処理は式 (4.3) となる。

$$g(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int g_\phi(x, y, z) d\theta \quad (4.3)$$

ただし  $g_\phi(x, y, z) = \int f(x - r \sin \Theta \sin \phi, y + r \sin \Theta \cos \phi, z + r \cos \Theta) dr$

## 4.3 逆フィルタ法による再構成アルゴリズム

### 4.3.1 逆フィルタ法

原画像  $f(x, y, z)$ 、単純逆投影像  $g(x, y, z)$ 、インパルス応答  $h(x, y, z)$  の 3 次元フーリエ変換をおのおの  $F(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ 、 $G(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ 、 $H(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$  とすると式 (4.4) の関係が成立する。

$$G(\omega_x, \omega_y, \omega_z) = F(\omega_x, \omega_y, \omega_z) H(\omega_x, \omega_y, \omega_z) \quad (4.4)$$

従ってインパルス応答  $h(x, y, z)$  が既知の場合、原画像  $f(x, y, z)$  は単純逆投影像  $g(x, y, z)$  から式 (4.5) に示す逆フィルタ法を用いることにより再構成可能である。

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= \mathbb{F}^{-1} \left[ \frac{G(\omega_x, \omega_y, \omega_z)}{H(\omega_x, \omega_y, \omega_z)} \right] \\ &= \mathbb{F}^{-1} [G(\omega_x, \omega_y, \omega_z) H_{inv}(\omega_x, \omega_y, \omega_z)] \end{aligned} \quad (4.5)$$

$\mathbb{F}^{-1}$ : 逆フーリエ変換

ところが一般に被検査体の 3 次元的な吸収係数分布を再構成するためには、物体をあらゆる方向から投影することにより得た投影像が必要である。しかし本章において前提と

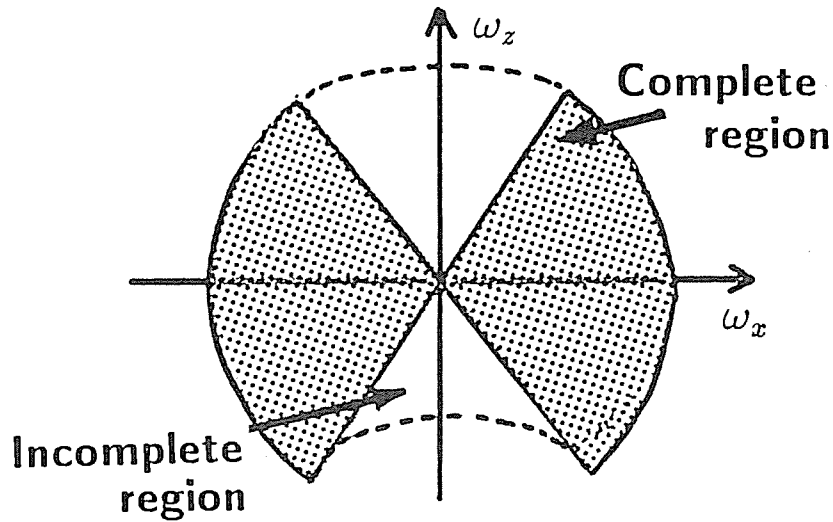


Fig. 4.2: Density for the Fourier domain using digital tomo-synthesis

している計測系は、完全に再構成するために必要な投影像のうちの一部しか計測しない不完全投影像であるため、完全には被検査体の吸収係数分布を再構成することができない。そこでまず 4.3.2 において計測された投影像の不完全性について示す。さらに 4.3.3 において本計測系に適用する逆フィルタ関数  $H(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$  の算出を行う。

### 4.3.2 投影像の不完全性

投影処理における実空間と周波数空間の関係は 2.3.1 に示した。本章で採用した投影系は、図 4.1 に示すように  $z$  軸から投影角度  $\theta$  だけ傾いた X 線源が、 $z$  軸を回転軸として回転しながら計測するため、得られた投影像のフーリエ空間上での情報の分布は図 4.2 となる。つまり  $\omega_z$  軸近傍の円錐領域 ( $0 < \omega_\theta < \pi/2 - \theta, \pi/2 + \theta < \omega_\theta < \pi$ :以下不確定領域、それ以外の領域を確定領域とする) にはまったく情報が存在しない不完全な投影像しか得ることができない。

### 4.3.3 逆フィルタの算出

ここでは、計測および逆投影処理におけるインパルス応答を示し、そのフーリエ変換である逆フィルタを算出する。計測空間の原点にインパルスを設定し、投影および逆投影

を行ったインパルス応答関数  $h$  は、式 (4.3) より

$$\begin{aligned} h(x, y, z) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - r \sin \Theta \sin \phi, y + r \sin \Theta \cos \phi, z + r \cos \Theta) dr d\phi \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \delta(x - r \sin \theta \sin \phi, y + r \sin \theta \cos \phi, z + r \cos \theta) \\ &\quad (\delta(\theta - \Theta) + \delta(\theta - \pi + \Theta)) dr d\phi d\theta \end{aligned} \quad (4.6)$$

となる。式 (4.6) は点  $(x, y, z)$  を原点とした極座標系  $(r, \theta, \phi)$  に関する積分と考えることができるため、右辺を点  $(x, y, z)$  を中心とする直角座標  $(\xi, \eta, \zeta)$  に座標変換すると

$$\begin{aligned} h(x, y, z) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta(x + \xi, y + \eta, z + \zeta) (\delta(\theta - \Theta) + \delta(\theta - \pi + \Theta))}{\sin \theta (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)} d\xi d\eta d\zeta \\ \text{ただし} \quad \xi &= -r \sin \theta \sin \phi \\ \eta &= r \sin \theta \cos \phi \\ \zeta &= r \cos \theta \\ d\xi d\eta d\zeta &= r^2 \sin \theta dr d\phi d\theta \end{aligned} \quad (4.7)$$

さらに  $\xi \rightarrow -\xi, \eta \rightarrow -\eta, \zeta \rightarrow -\zeta$  とおきかえると、式 (4.8) に示すようにインパルスとの畳み込み積分の形に変形することができる。

$$h(x, y, z) = \frac{1}{2\pi \sin \theta} \frac{\delta(x, y, z) * (\delta(\theta - \Theta) + \delta(\theta - \pi + \Theta))}{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2} \quad (4.8)$$

さらに式 (4.8) を極座標形式で表現すると

$$\begin{aligned} h(r, \theta, \phi) &= \frac{1}{2\pi} \frac{\delta(\theta - \Theta) + \delta(\theta - \pi + \Theta)}{r^2 \sin \theta} \\ \text{ただし} \quad r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \theta &= \tan^{-1} \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} \\ \phi &= -\tan^{-1} \frac{x}{y} \end{aligned} \quad (4.9)$$

つまりインパルス応答関数  $h$  は原点からの距離の 2 乗に逆比例して減衰する関数となる。また極座標におけるフーリエ変換は式 (4.10) で表すことができる

$$\begin{aligned} H(\omega_r, \omega_\theta, \omega_\phi) &= \int_0^{\infty} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} h(r, \theta, \phi) \exp(-j\omega_r r [\cos \omega_\theta \cos \theta + \sin \omega_\theta \sin \theta \cos(\phi - \omega_\phi)]) \\ &\quad r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi \end{aligned} \quad (4.10)$$

インパルス応答  $h(r, \theta, \phi)$  は  $\phi$  に対して回転対称であるので式 (4.10) は式 (4.11) に変形できる。

$$H(\omega_r, \omega_\theta, \omega_\phi) = 2\pi \int_0^\infty \int_0^\pi h(r, \theta) J_0(\omega_r r \sin \omega_\theta \sin \theta) \exp(-j\omega_r r \cos \omega_\theta \cos \theta) r^2 \sin \theta \, dr \, d\theta \quad (4.11)$$

さらに式 (4.9) を式 (4.11) に代入すると

$$\begin{aligned} H(\omega_r, \omega_\theta, \omega_\phi) &= \int_0^\infty \int_0^\pi J_0(\omega_r r \sin \omega_\theta \sin \theta) \exp(-j\omega_r r \cos \omega_\theta \cos \theta) \\ &\quad \frac{\sin \theta}{\sin \Theta} (\delta(\theta - \Theta) + \delta(\theta - \pi + \Theta)) \, dr \, d\theta \\ &= 2 \int_0^\infty J_0(\omega_r r \sin \omega_\theta \sin \Theta) \exp(-j\omega_r r \cos \omega_\theta \cos \Theta) \, dr \end{aligned} \quad (4.12)$$

となる。ところで

$$\int_0^\infty J_0(bx) \exp(-jax) \, dx = \frac{1}{\sqrt{b^2 - a^2}} \quad (4.13)$$

が成立する。従って式 (4.12) は式 (4.14) となる。

$$H(\omega_r, \omega_\theta, \omega_\phi) = \begin{cases} \frac{2}{\omega_r \sqrt{\sin^2 \omega_\theta \sin^2 \Theta - \cos^2 \omega_\theta \cos^2 \Theta}} & : \text{確定領域} \\ 0 & : \text{不確定領域} \end{cases} \quad (4.14)$$

また投影角度  $\Theta$  を  $\pi/4$  とすると  $\sin \Theta = \cos \Theta$  となり式 (4.14) は式 (4.15) に変形できる。

$$H(\omega_r, \omega_\theta, \omega_\phi) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{2}}{\omega_r \sqrt{\sin^2 \omega_\theta - \cos^2 \omega_\theta}} & : \text{確定領域} \\ 0 & : \text{不確定領域} \end{cases} \quad (4.15)$$

なお実際の計測系では必ずしも投影角度  $\Theta$  は  $\pi/4$  とは限らない。しかし平行ビームによる投影の場合、投影角度  $\Theta$  は再構成画像の大きさを規定するパラメータであり、この場合  $\Theta$  を  $\pi/4$  に限定しても一般性は失われない。

式 (4.15) の逆数を算出することにより逆フィルタ関数  $H_{inv}(\omega_r, \omega_\theta, \omega_\phi)$  を求めることができる。しかし 4.3.2 で示したように不確定領域では、単純逆投影像のフーリエ変換結果  $G(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$  も同様に 0 となる。従って不確定領域では逆フィルタは意味を持たない。従って式 (4.15) の逆数により得られる逆フィルタ関数  $H_{inv}(\omega_r, \omega_\theta, \omega_\phi)$  において、不確定領域を 0 に設定した。

$$H_{inv}(\omega_r, \omega_\theta, \omega_\phi) = \begin{cases} \frac{\omega_r \sqrt{\sin^2 \omega_\theta - \cos^2 \omega_\theta}}{2\sqrt{2}} & : \text{確定領域} \\ 0 & : \text{不確定領域} \end{cases} \quad (4.16)$$

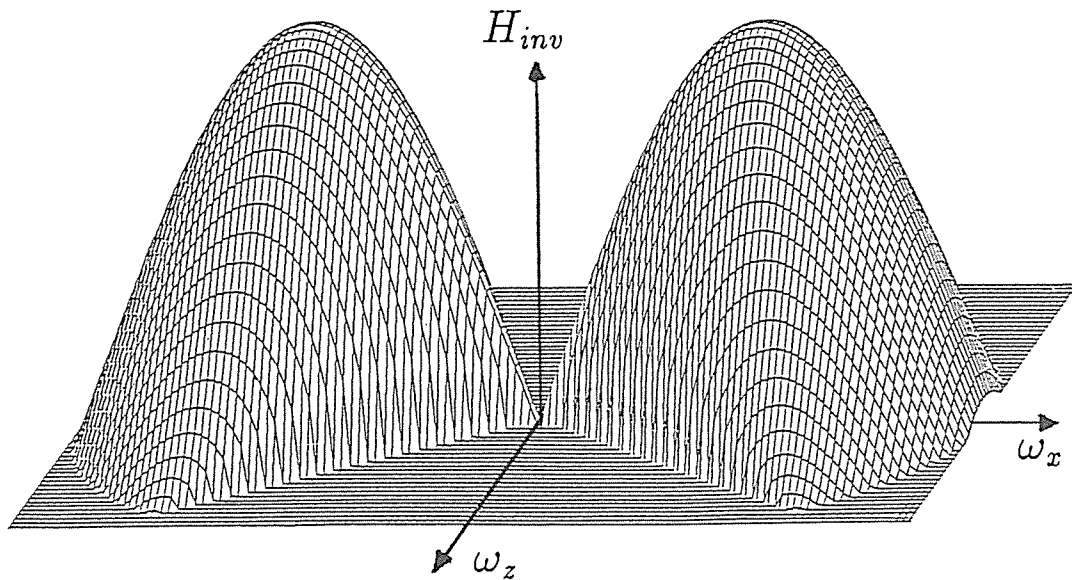


Fig. 4.3: Inverse filter function

また過度に高い空間周波数の強調は再構成画像の画質を劣化させる。そこで直接式 (4.16) を用いず、高い空間周波数成分を制限した式 (4.17) で示す逆フィルタ関数を用いた。

$$H(\omega_r, \omega_\theta, \omega_\phi) = \begin{cases} \frac{\sin \omega_r \sqrt{\sin^2 \omega_\theta - \cos^2 \omega_\phi}}{2\sqrt{2}} & \text{: 確定領域} \\ 0 & \text{: 不確定領域} \end{cases} \quad (4.17)$$

図 4.3 に本フィルタの形状を示す。なお式 (4.5) で示す逆フィルタの式に適用する際には、 $H(\omega_r, \omega_\theta, \omega_\phi)$  を直角座標に変換した  $H(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$  を用いた。

#### 4.4 ファントム実験

本アルゴリズムの効果を、実際に臨床に用いられている X 線断層装置により得られた投影像を用いて確認した。図 4.4 に、実験に用いたらせん状ファントムを示す。このらせん状ファントムは  $z$  軸に垂直なある一断面と、ただ一度しか交わらないような形状をした鉄線ファントムである。本ファントムを X 線断層装置を用いて、回転角  $\phi$  を 10 度ずつ変化させて 36 枚撮影を行った。なお投影像の計測には X 線フィルムを用い、計算機に入力する段階で  $256 \times 256$  画素で 12 ビットの濃度値を持つデジタル画像に変換を行ない、

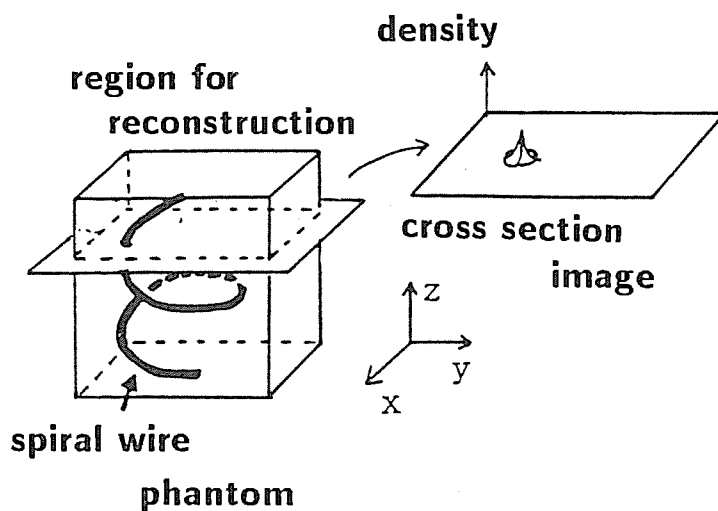


Fig. 4.4: Spiral wire phantom used in the experimental evaluation

単純断層像を算出した。その際、単純逆投影空間としては  $x$  および  $y$  方向 256 画素、 $z$  方向 128 画素からなる離散空間を設定した。図 4.5 に単純逆投影像中の断面を示す。また図 4.6 に本報告で提案した逆フィルタ法により再構成を行った同一断面の再構成結果を示す。図 4.5 に示す単純逆投影像に比べて、図 4.6 に示す逆フィルタ法による再構成結果は大幅な障害陰影軽減が確認できる。また図 4.7 に、 $z = 0$  における断層像の鉄線部分の陰影の濃度値のプロファイルを示す。横軸は角度を表し、縦軸はその角度における鉄線陰影の濃度値を表す。この図からも単純断層像に比べて、逆フィルタ法による再構成像では障害陰影が大幅に軽減されていることが確認できる。なおプロファイルのピーク付近の凹凸は投影像枚数の不足からくるアーチファクトと考えられる。

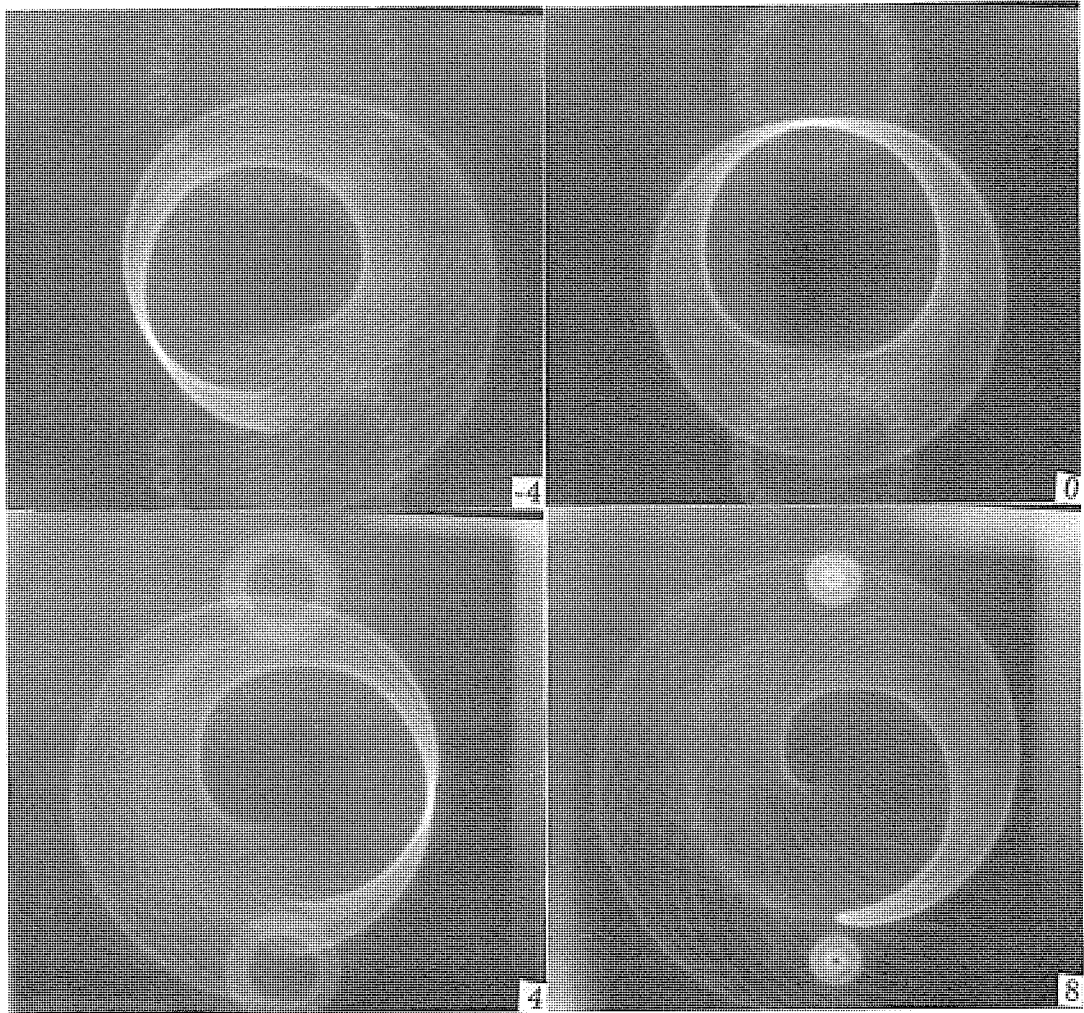


Fig. 4.5: Compound images of spiral wire phantom  
(lower right numbers indicate  $z$  coordinate values)



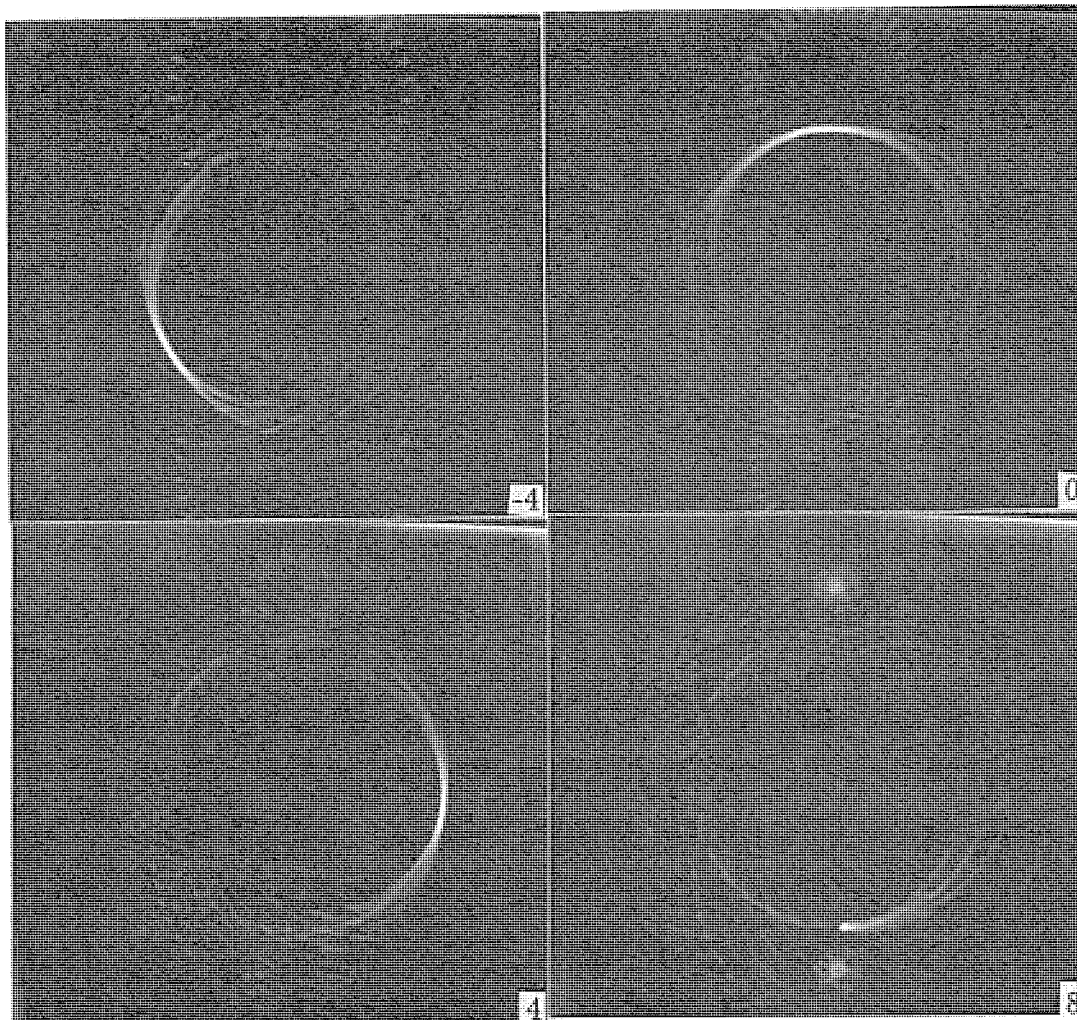


Fig. 4.6: Reconstructed images by the proposed method  
(lower right numbers indicate  $z$  coordinate values)

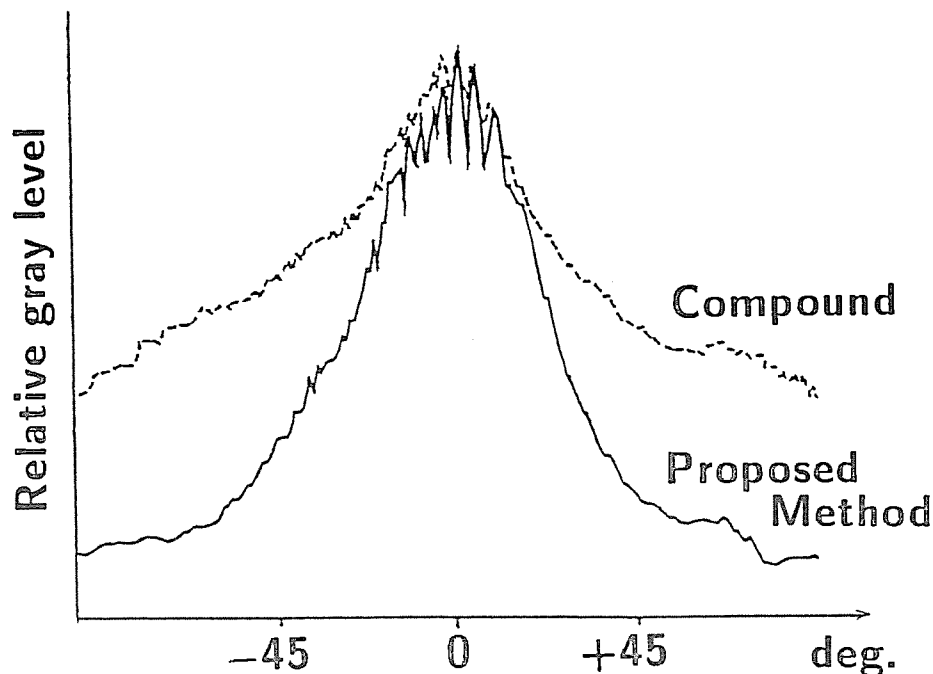


Fig. 4.7: The profile of gray level of spiral wire phantom in the reconstructed image

## 4.5 まとめ

現在臨床診断に広く用いられている X 線断層装置は、X 線 CT では再構成することが困難な体軸方向の断層像を計測できるという利点がある。ところが X 線断層撮影装置は、1 回の計測で 1 断面しか得られないうえに、焦点のあった断層以外の像のほかに、焦点以外の断層の陰影がぼけとなって画像に混入する。従って、本章では X 線断層装置と同じ計測幾何学系を用い、検出器をデジタル化したデジタル化 X 線断層装置を前提として、新しい再構成手法を提案した。本手法は、まず計測された投影像を X 線軌跡に沿って方法を用いて、被検査体中の任意の断層像を得ることができ、かつ他断面から混入する障害陰影を著しく軽減できる再構成手法を提案した。逆フィルタ関数の導出を行った。さらに本手法の有効性を確認するために、X 線断層装置を用いたファントムシミュレーションを行い良好な結果を得た。このアルゴリズムを用いることによって、体内の 3 次元的構造を一回の計測で再構成できることになり、X 線 CT では得ることが困難な体軸方向の断層像を得ることができるため、臨床診断上非常に有効な情報となる。

## 第 5 章

# 2 方向投影からの 3 次元均質充満物体再構成

### 5.1 まえがき

X線CTが実用化されて以来、再構成演算の高速化をはかるアルゴリズム、あるいはより一層の画質向上を目的とした再構成アルゴリズムなどが種々提案されている。これらのアルゴリズムは被検査体の回りを 180 度以上にわたって検出器を回転することによって得た完全投影像から断層像の再構成を行うので、物体の吸収係数分布を正確に再構成することが可能である。しかし再構成には多数の投影像が必要であるため、すべての方向からの投影像を高速に得ることは困難である。そのため少ない投影像すなわち不完全投影像から画像を再構成するアルゴリズムが種々考案されている [15]。

一方被検査体の中には、X線吸収係数が一様と考えられる、すなわち均質充満物体であるが、その物体形状が時々刻々変化し、その瞬時に於ける形状を把握したい場合も少なくない。このような目的に対して 2 方向からの投影像の境界情報のみを用いた楕円近似法が従来から提案されている [16]。しかし投影像の境界情報のみしか用いない楕円近似法では 3 次元形状の大部分を占める 2 方向投影像の境界位置以外の部分の形状を求めることは原理的に不可能であり、物体のおおよその形状しか表現できない。

そこで本章では 2 枚の投影像の濃度情報を積極的に用いて、3 次元均質充満物体の形状を正確に再構成するアルゴリズムについて述べる。このアルゴリズムの特長としては

1. 投影像の輪郭情報だけでなく、同時に濃度情報を用いて 2 枚の投影像との誤差を

最小にするように再構成を行う逐次近似法を採用したこと、

2. 3次元状に広がった円錐ビーム軌跡を有するX線で撮影された投影像を対象にした新しい座標系を導入したこと、

が挙げられる。

本章ではまず2方向からの投影像による再構成の可能性について検討した後、再構成アルゴリズムについて示す。つぎにアルゴリズムの確認を計算機シミュレーションによって行う。さらに本アルゴリズムを円錐ビームX線で計測した投影像へ適用するために新しい座標系を提案する。最後に実験用に作成した模擬物体を実際のX線装置によって撮影し、得られた投影像から本アルゴリズムによって物体の3次元形状を再構成した結果について記す。

## 5.2 平行ビーム投影像からの再構成

### 5.2.1 再構成対象物体の制限

本アルゴリズムは、被検査体をわずか2方向から投影しただけの、いわゆる不完全投影像から被検査体を再構成することを目的としている。一般的には2方向からの投影像だけでは被検査体内部の吸収係数分布を決定することは困難である。一方、被検査体が均一な吸収係数分布を有し、その形が時々刻々と変化する場合その形状の算出したいというような場合も少なくない。例えば静脈から造影剤を注入して、心臓の造影像を撮影する場合の左心室内腔などはこれに近い条件になる。そこで本アルゴリズムで再構成対象にする被検査体を均質物体と限定し以下のようにモデル化を行った。

定義1： 画像  $f$  は要素（以下画素）が1もしくは0である  $n$  次正方行列とし、画素値1は物体が存在することを、画素値0は存在しないことを表す。

定義2： 投影像を以下のように定義する。

$$D_I(j) = \sum_{i=1}^n f_{ij} \quad (5.1)$$

$$D_J(i) = \sum_{j=1}^n f_{ij} \quad (5.2)$$

$f_{ij}$  は  $i$  行  $j$  列の画素値

定義 3 : 再構成とは投影像  $D_I$ 、 $D_J$  のみから画像  $f$  のすべての画素においてその値が 1 もしくは 0 であることを確定することとする。

次に 2 方向のみの投影から再構成が可能か否かについて考察する。一般に 2 方向のみの投影像を満足する画像は複数個存在する。そこで以下に示す不確定量  $U$  を導入する。

定義 4 : 画像内の画素 1 の数が  $m$  個である画像において、2 方向からの投影像を満足する画像の種類数を不確定量  $U_m$  として定義する。すなわち  $U_m = 1$  が 2 方向のみの投影から画像を正確に再構成できる必要十分条件である。

不確定量  $U$  について考察する。 $m$  について帰納的に考えると、

「 $m = 1$ 」: 2 方向からの投影のみで画像  $f$  を決定できるので不確定量  $U_1 = 1$  である (図 5.1-a)。

「 $m = 2$ 」: 2 個の画素をそれぞれ  $f_{i_1 j_1}$ ,  $f_{i_2 j_2}$  と表現する (以下任意の 2 つの画素を画素対と表現する)。図 5.1-(b) または (c) のように  $i_1 \neq i_2$  かつ  $j_1 \neq j_2$  の場合 2 つの異なる画像が投影像を満足するので不確定量  $U_2 = 2$ 。このようにその投影像は同一であるが置き換えが出来る時に不確定量  $U$  は増大する。

「 $m = k$ 」: 不確定  $U_k$  は以下の条件を満たす任意の画素対の総和として表現できる。

● 不確定性条件

画素値が 1 である任意の画素対  $f_{i_1 j_1}$ 、 $f_{i_2 j_2}$  について  $f_{i_1 j_2} = 0$  かつ  $f_{i_2 j_1} = 0$   
ただし  $i_1 \neq i_2$  かつ  $j_1 \neq j_2$

不確定量の上限は、任意に選んだ画素対の全てが不確定性条件を満たすときであるので、一般に  $m = k$  の場合  $k$  個の画素から 2 個を選ぶ組合せの式 (5.3) で表現できる。

$$U_k \leq 2_k C_2 \quad (5.3)$$

つぎに画像  $f$  以下のような拘束条件を加える。

(拘束条件 1) 画像  $f$  は画素値 1 からなる連結成分がただ一つだけ存在し、かつその連結成分は穴を持たないような単一充満物体とする。

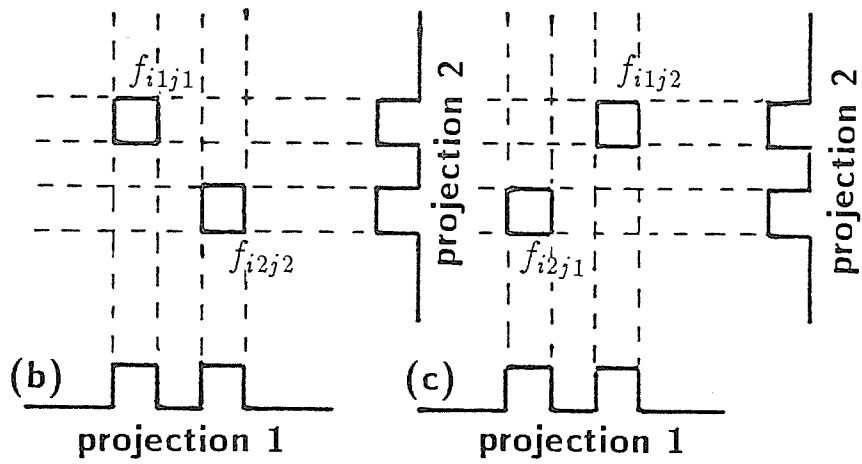
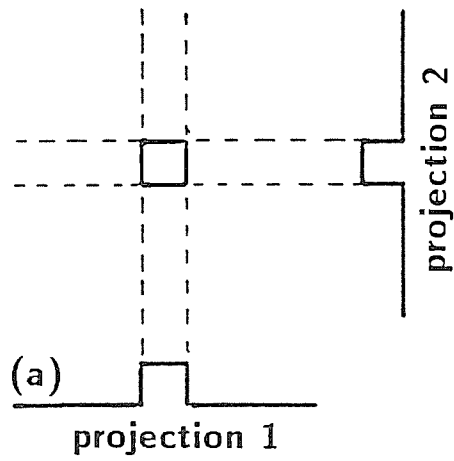


Fig. 5.1: Bi-directional projection

(拘束条件 2) 画像  $f$  がある点に対して点対称の場合、投影軸に沿って鏡像の関係にある画像も同一の投影像を有する。このような場合再構成はどちらか一方を求めるものとする。

この 2 つの拘束条件のもとでは、画像  $f$  の任意の画素対  $f_{i_1j_1}, f_{i_2j_2}$ 、もしくは複数の画素が連結した 2 つの小領域が不確定量増加条件を満たすためには  $f_{i_1j_1}, f_{i_2j_2}$  は画素値 0 との境界要素である画素値 1 であり、かつ  $f_{i_1j_2}, f_{i_2j_1}$  は画素値 1 との境界要素である画素値 0 でなければならない。

### 証明

$f_{i_1j_2}, f_{i_2j_1}$  への移動により画素  $f_{i_1j_1}, f_{i_2j_2}$  が画素値 0 になったとき画素  $f_{i_1j_1}, f_{i_2j_2}$  が境界要素でない場合、 $f_{i_1j_1}, f_{i_2j_2}$  は周囲を要素 1 で囲まれた穴となり拘束条件 1 を満たさなくなる。したがって境界要素以外の移動は不可能である。また移動先の画素が拘束条件 1 を満たすためには、移動先は画素値 1 と境界を接する位置でなければならない。(証明終り)

図 5.2 に示すように画素  $a$  と  $a'$  からなる画素対を点線で示した場所へ移動しても投影像は同じであるのでこの画素対は不確定性を有する画素対である。また (b) は小領域の例である。すなわち単一充填物体であるという拘束条件を導入する前は全画素対が不確定量増加条件の対象であったのに対し、拘束条件 1 を付加することにより境界の近傍画素しか不確定量増加条件の対象にならない。ゆえに不確定性条件を満たす確率が減少するため不確定量  $U$  が大幅に減少する。

さらに次のように拘束条件 1 を変更する。

(拘束条件 1') 画像  $f$  の全ての行要素  $F_i(f_{i1}, f_{i2}, \dots, f_{in})$ 、列要素  $F_j(f_{1j}, f_{2j}, \dots, f_{nj})$  は画素値 0 で始まり、画素値 1 とただ一組の境界を有し画素値 0 で終わる。

上記のような拘束条件の下である一定の面積を持つ画像がどのような不確定量を持つかを計算した。4×4 次の正方行列で 8 画素が 1 で残りの画素が 0 である画像と、5×5 次の正方行列で 15 画素が 1 である画像の不確定量を算出した結果を表 5.1 に示す。設定した 2 つの画像に対して拘束条件 1' を満たす画像における不確定量を算出した結果、不確定性を有する画像は全体の 3 割程度存在するが、その不確定量はたかだか 1 ~ 2 画素対程度であった。さらに大きい正方行列を考えると不確定性を有する画像はかなり存在すると

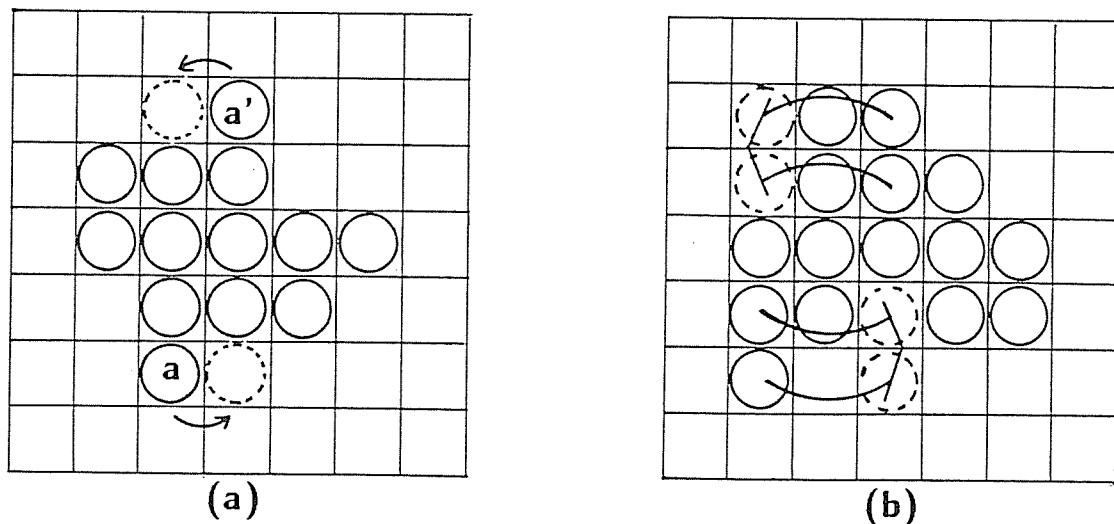


Fig. 5.2: Image with uncertainty

表 5.1: 正方行列における不確定量  $U$

	画素 1 の数	拘束条件 1' を満たす画素数	不確定性が存在する画素数		
			$U = 1$	$U = 2$	$U = 3$ 以上
4 × 4 次 正方行列	8	504	120 23.8%	20 4.0%	0 0.0%
5 × 5 次 正方行列	15	2258	628 27.8%	48 2.1%	0 0.0%

考えられるが、不確定量はたがだか数画素対程度であると予想する。このことから2方向からの投影像からでも画像  $f$  は原画像に対して 数画素程度の誤差量で推定することが可能であると考え。そこで適当な初期画像を設定し、投影像と逐次近似途中像からの投影像の誤差を軽減するように逐次近似途中像を修正することによって複数個の解の一つに収束可能であると考え、逐次近似法による再構成を行った。

### 5.2.2 再構成アルゴリズム

ここでは画像  $f$  を2方向のみの投影像のみから逐次近似を用いて高速かつ精度良く再構成するアルゴリズムを提案する。以下に再構成アルゴリズムを図 5.3を用いて説明す



る。なお  $k$  は逐次近似回数を示す。

**step 1:** 再構成に用いる投影像を  $D_I, D_J$  とする。

**step 2:**  $D_I, D_J$  から後に示す初期画像発生法を用いて初期画像  $F_0$  を作成する。

**step 3:** 逐次近似像  $F_k$  ( $k \geq 0$ ) から再投影を行い、再投影像  $P_{Ik}, P_{Jk}$  を算出する。

**step 4:** 図中の破線で示した  $D_I$  と図中実線で示した  $P_{Ik}$  とが一致するように逐次近似像  $F_k$  を修正し  $F_{k+1}$  とする。すなわち  $P_{Ik}$  と  $D_I$  との誤差  $\epsilon_i$  をビームに沿って  $\epsilon_{i1}, \epsilon_{i2}$  (ただし  $\epsilon_i = \epsilon_{i1} + \epsilon_{i2}$ ) と配分することによって逐次近似像  $F_k$  を修正する。なお両境界への誤差配分方法はのちに検討する。

**step 5:**  $J$  方向における再投影像  $P_{Jk}$  と投影像  $D_J$  との 2 乗誤差和  $E_k$  と誤差改善度  $K_k$  を算出する。

$$E_k = \sum_{i=1}^n (D_J(i) - P_{Jk}(i))^2 \quad (5.4)$$

$$K_k = E_{k-1} - E_k \quad (5.5)$$

改善度が負になった場合、すなわち  $k$  回目の逐次近似によって誤差の改善が成されなかった場合、逐次近似を終了させ  $k-1$  回目の像を再構成結果とする。

**step 6:** step4 ~ step5 を  $I, J$  を入れ換えて行う。

**step 7:** step3 ~ step6 を、繰り返して行う。

### 5.2.3 初期画像の作成

逐次近似法において、初期画像は可能な限り真値に近いことが要求される。極端に真値と異なった画像を初期画像に選んだ場合、逐次近似の収束が遅くなるばかりでなく真値に収束しない可能性があることは逐次近似の性質上明らかである。そのため本アルゴリズムでは初期画像の作成方法として境界情報のみを用いた楕円近似法ではなく、投影像の濃度情報も同時に用いる方法を考案した。以下にその方法を示す。なお  $D_I, D_J$  は両側に 1 つ以上の 0 が存在する像であり、その境界を  $B_{DI_1}, B_{DI_2}, B_{DJ_1}, B_{DJ_2}$  とする。

この境界の中に内接する楕円の方程式は式 (5.6)(5.7) となる。

$$I = r_I \cos \theta \quad (5.6)$$

$$J = r_J \sin(\theta + \alpha) \quad (5.7)$$

ただし、

$$r_I = \frac{B_{DI_1} + B_{DI_2}}{4}$$

$$r_J = \frac{B_{DJ_1} + B_{DJ_2}}{4}$$

$\alpha$ : 楕円の一方の軸と水平軸とのなす角

式 (5.6)(5.7) で表現される楕円の面積  $S_a(\alpha)$  は式 (5.8) となる。

$$S_a(\alpha) = \pi r_I r_J \cos \alpha \quad (5.8)$$

また再構成対象物体の面積  $S$  は  $D_I$  もしくは  $D_J$  から算出でき、式 (5.9) で求められる。

$$S = \sum_{j=1}^n D_I(j) = \sum_{i=1}^n D_J(i) \quad (5.9)$$

よって式 (5.8) と式 (5.9) から  $S_a(\alpha) = S$  が成立するような  $\alpha$  を算出し、その  $\alpha$  を式 (5.6)(5.7) に代入し初期画像を作成する。なお  $S > \pi r_I r_J$  の場合は  $\alpha = 0$  とする。

## 5.2.4 誤差配分の方法

逐次近似における修正段階の誤差配分の方法として次の2つの方法を検討した。

### 2等分法

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = \frac{\epsilon}{2} \quad (5.10)$$

### 面積法

面積法は図 5.3 に示すように配分量を求めるために対向する投影像と再投影像の面積比を参照する方法である。すなわち対向する投影像と再投影像において修正対象ビームよりも外側にある面積の大きい境界に誤差  $\epsilon$  を多く割り振る方法である。以下にその方法を示

す。誤差修正対象ビーム  $I_i$  において逐次近似像の境界  $b_1, b_2$  によって囲まれる再投影像  $D_{Jk}$  の面積をそれぞれ  $S_1, S_3$  とすると、

$$S_1 = \sum_{i=1}^{b_1} P_{Jk}(i) \quad (5.11)$$

$$S_3 = \sum_{i=b_2}^n P_{Jk}(i) \quad (5.12)$$

投影像  $D_J$  において、両境界からの積分値が  $S_1, S_3$  になるような点  $c_1, c_2$  を求める。

$$S_1 = \sum_{i=1}^{c_1} D_{Jk}(i) \quad (5.13)$$

$$S_3 = \sum_{i=c_2}^n D_{Jk}(i) \quad (5.14)$$

そして  $\delta_1 = b_1 - c_1, \delta_2 = c_2 - b_2$  とおき、 $\delta_1$  と  $\delta_2$  に比例して誤差  $\epsilon$  を  $\epsilon_1, \epsilon_2$  に配分する。

### 5.2.5 計算機シミュレーション

本再構成アルゴリズムを計算機シミュレーションによって評価した。図 5.4 に評価用のファントムを示す。これらのファントムは半径 40 画素の円の一部を切除した形状であり、いずれも楕円近似では形状の再構成が困難なものである。なおファントム 6 は点対称形状であるため再構成像は 2 つ構成することが可能であるが拘束条件 2 によりどちらかひとつを再構成する。この 7 つの画像についてそれぞれ図中  $I$  方向と  $J$  方向から平行ビームによって投影を行ったときに相当する投影像を計算機によって発生させて再構成を行った。その結果を図 5.5 に示す。図 5.5 において (b) は投影像の輪郭情報のみから楕円近似によって求めた像であり (c) は誤差配分に 2 等分法を用いて再構成を行った結果、(d) は面積法で行った結果である。

さらに図 5.6 にファントム 3 における逐次近似過程を示す。図のように、初期画像として選んだ楕円から徐々に真の形状に近づいていく。この逐次近似過程をより明確に示すために逐次近似過程による 2 乗誤差  $E_n$  と逐次近似回数  $n$  の関係を図 5.7 に示す。なお図中縦軸は初期画像と投影像との 2 乗誤差を 1 とした時の逐次近似過程における相対誤差である。各ファントムとも 10 回程度の逐次近似によって誤差  $E_n$  が 0 もしくは極小値に収束し、その後振動を繰り返すことが確認できる。

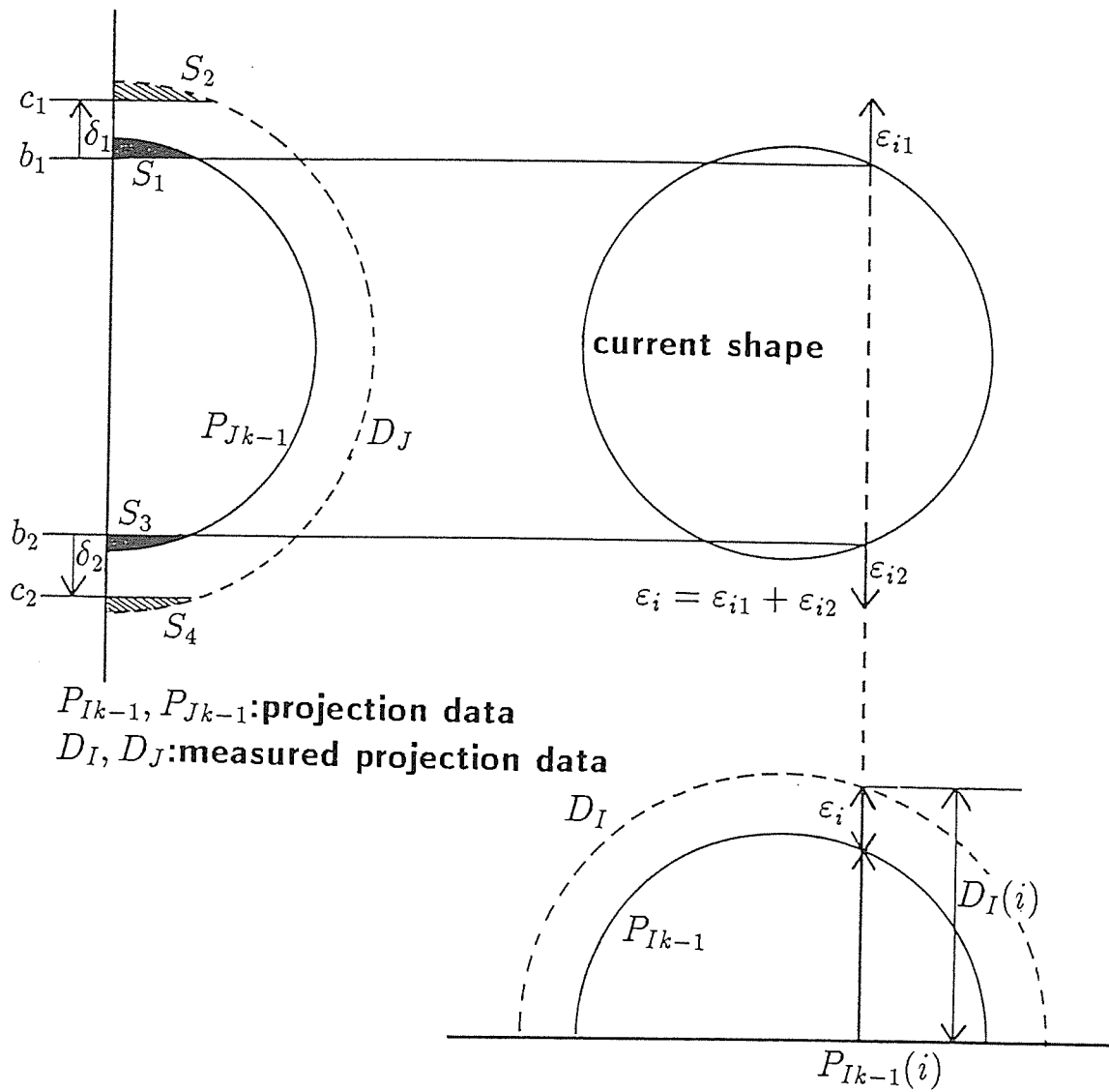


Fig. 5.3: The relaxation scheme for reconstructing 2-D shape

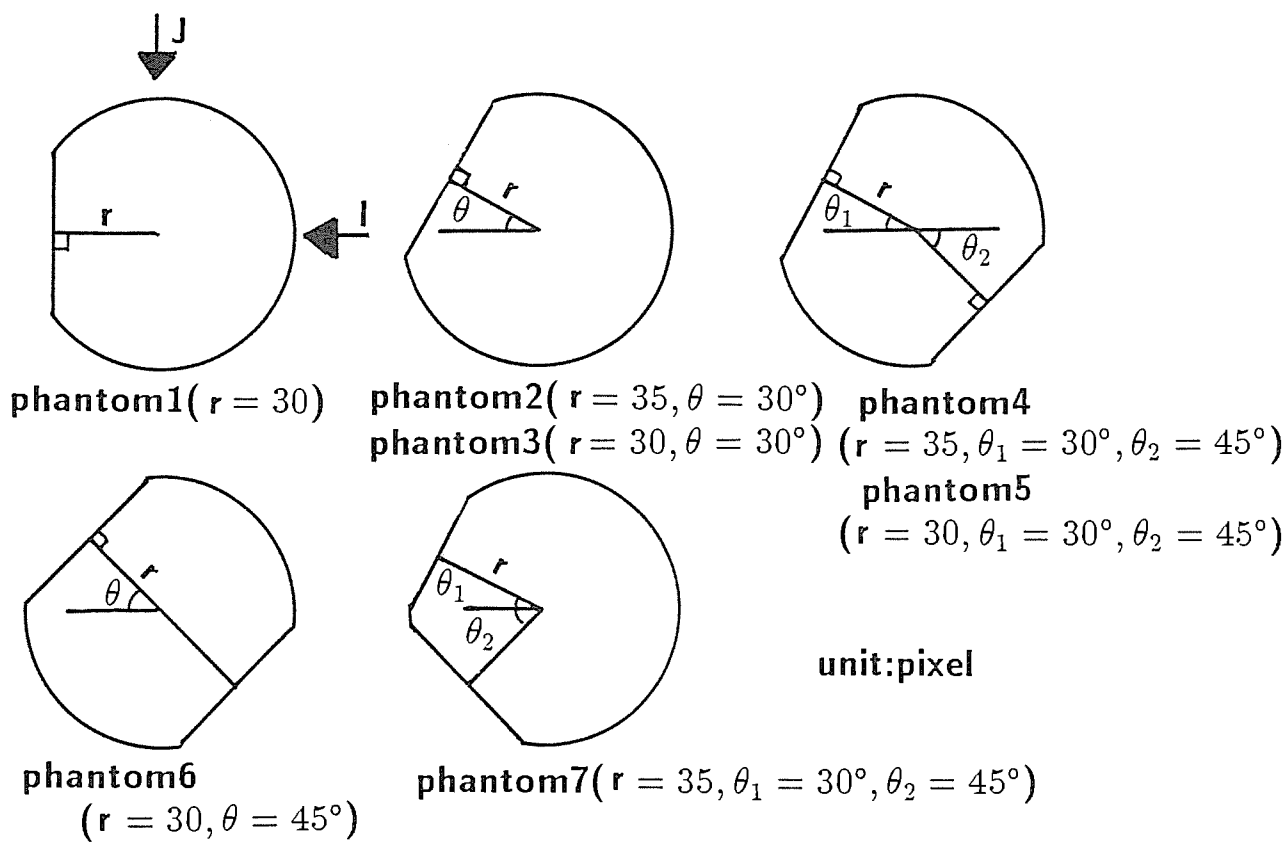


Fig. 5.4: 2-D phantoms for computer simulation

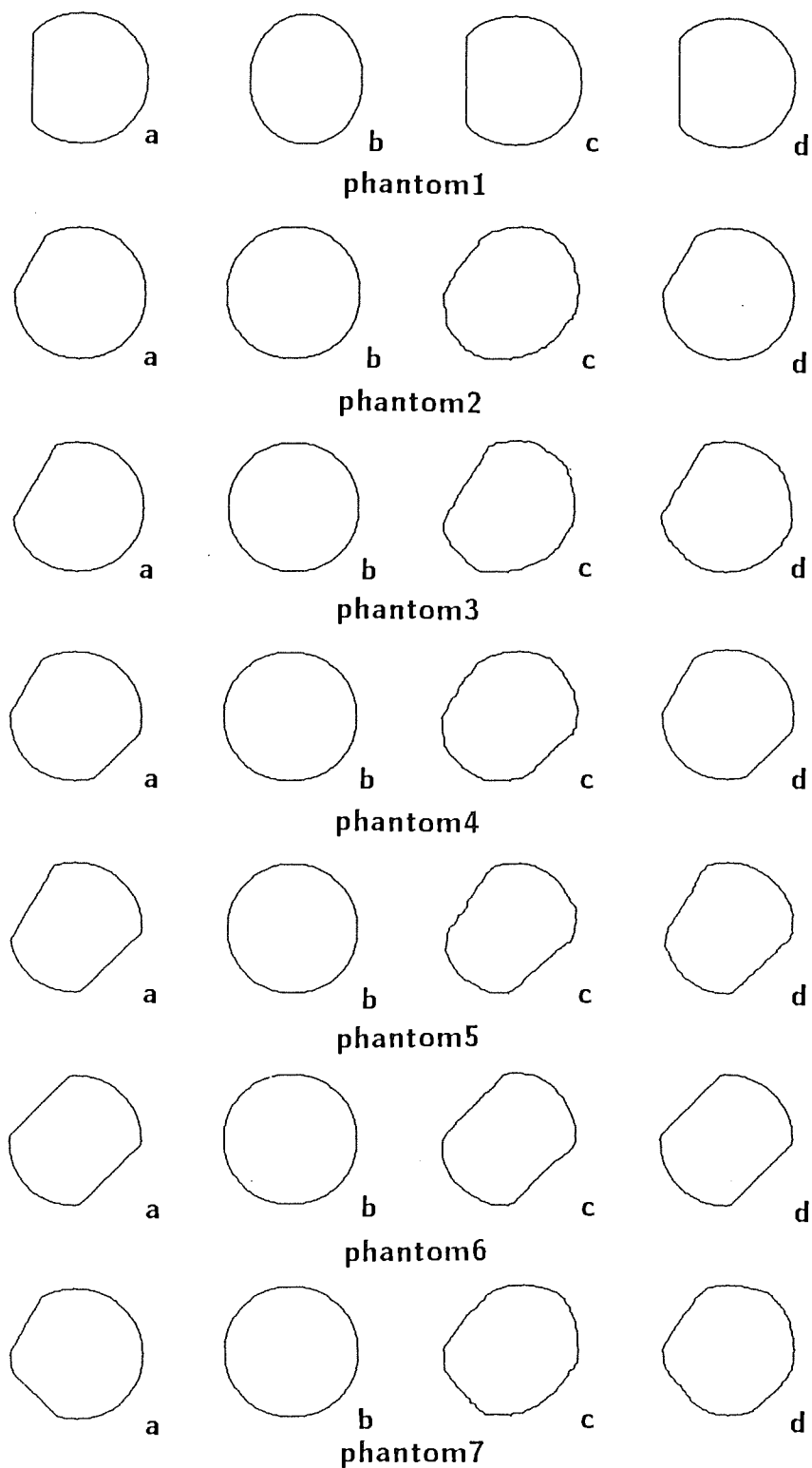


Fig. 5.5: Reconstructed images by computer simulation

- (a) Original images
- (b) Reconstructed images by elliptical approximation
- (c) Reconstructed images by proposed method (divided equally)
- (d) Reconstructed images by proposed method (divided by using projection area)

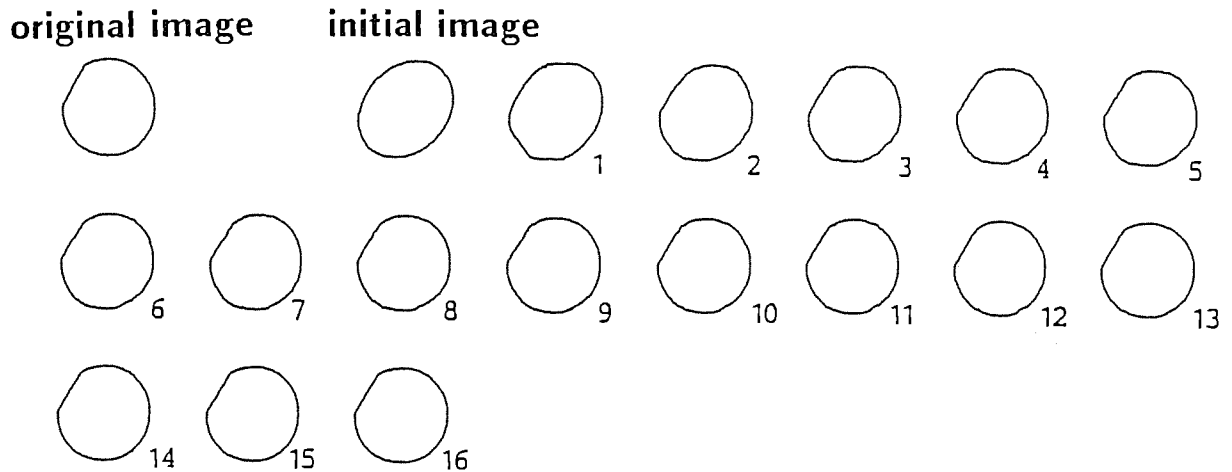


Fig. 5.6: Iteration process (phantom 3)

次に再構成結果の形状誤差量  $D_{if}$  を式 (5.15) で評価した。

$$D_{if} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f(i, j) \oplus g(i, j)}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f(i, j)} \quad (5.15)$$

$f$ : 原画像  $g$ : 再構成像  $\oplus$ : 排他的論理和

各画像の形状誤差量を表 5.2 に示す。誤差量  $D_{if}$  は各ファントムと再構成結果の一致しない部分の面積を原画像の面積で正規化した値である。この表から楕円近似法による再構成結果と比べて本章で示した方法によって再構成した画像の形状誤差量は大幅に小さくなっていることが分かる。提案した 2 つの誤差配分法では、複雑な誤差配分を行った面積配分法による再構成画像の誤差が単純な 2 等分法よりも少ない。よって以後の検討では、面積法を用いた誤差配分法を採用する。

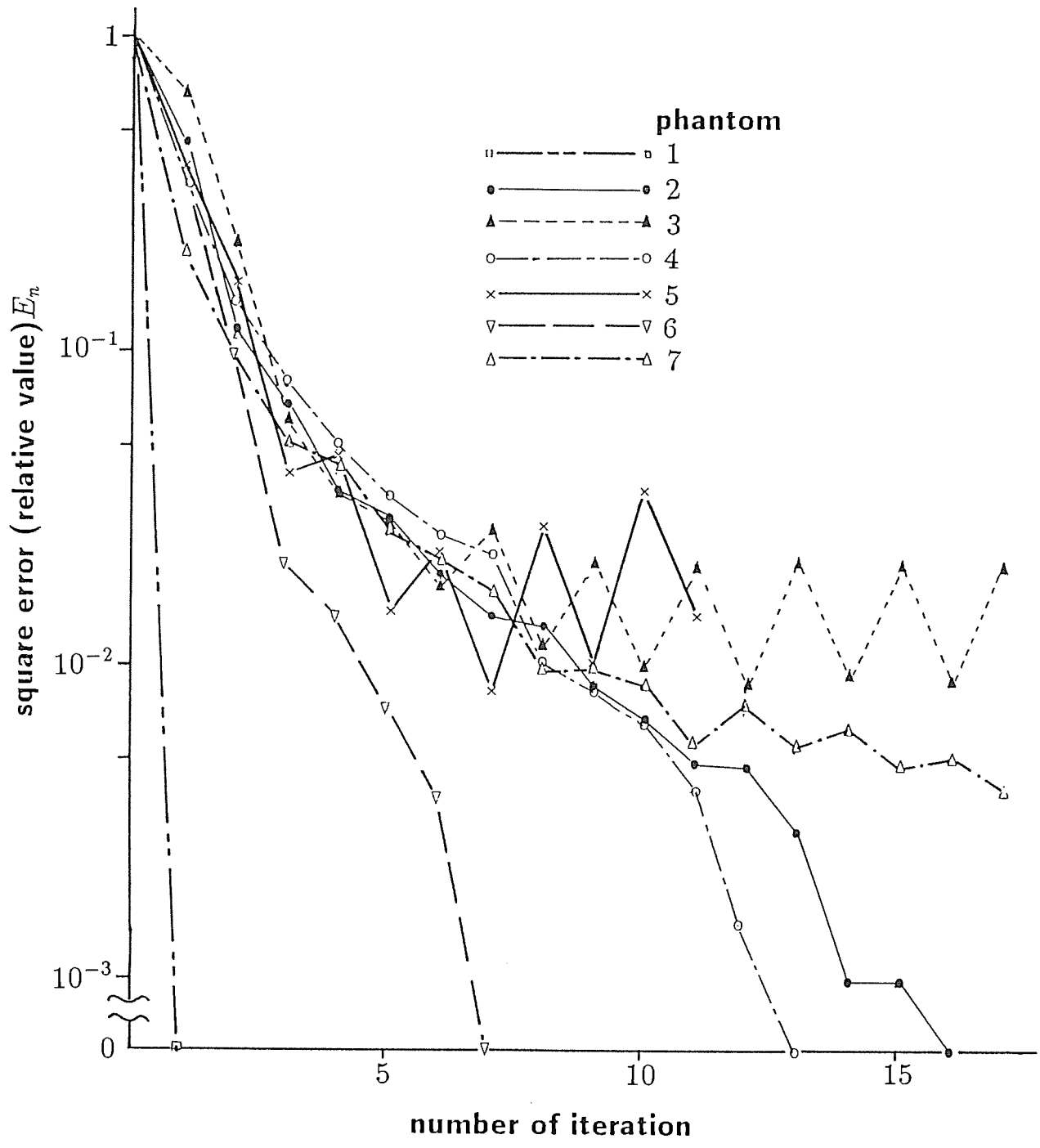


Fig. 5.7: Convergence characteristic of square error on iteration process



表 5.2: 平行ビーム投影を用いた時の形状誤差

	楕円近似法	逐次近似法	
		2等分配分	面積配分
画像 1	6.7%	0.0%	0.0%
画像 2	2.9%	0.0%	0.0%
画像 3	7.5%	0.0%	1.5%
画像 4	5.7%	5.5%	0.0%
画像 5	16.5%	5.1%	1.7%
画像 6	16.9%	3.7%	0.0%
画像 7	5.7%	11.1%	3.8%

## 5.3 円錐ビームを用いた投影像からの再構成

5.2では平行ビームによって計測された投影像からの再構成演算法について示した。しかし通常の計測系では、円錐状に広がった円錐ビームで投影を行うため、ここでは本アルゴリズムを円錐ビーム投影へ拡張することを行う。

### 5.3.1 円錐ビーム座標系

円錐ビームによって計測された投影像から再構成を行う方法として、ここでは図 5.8 に示す 3次元座標系（円錐ビーム座標系）を導入する。この座標系は、2つのビーム出射点（図中  $S_1, S_2$ ）と投影する際の回転軸上の1点（ $A_n$ ）を選ぶことによって決定できる平面を再構成対称平面（ $H_n$ ）とし、この平面上に円錐状ビームに沿う不等間隔ピッチのファンビーム座標を構成する。そして  $A_n$  を回転軸上に複数点設定することによって、複数のファンビーム座標からなる 3次元座標系を構成する。この座標系の特長として

1. ビーム軌跡に沿った座標のため、各再構成断面の処理は全く独立に行うことができ、3次元再構成像が2次元再構成像の積み重ねとして求めることができる。
2. 逐次近似の初期画像  $F$  として隣接するスライスの再構成結果を用いることができる。物体は3次的には連続した形状であるので、隣接するスライスの形状の変化は少ないと考えられるので、この方法は計算時間の短縮と再構成結果の安定に有利となる。

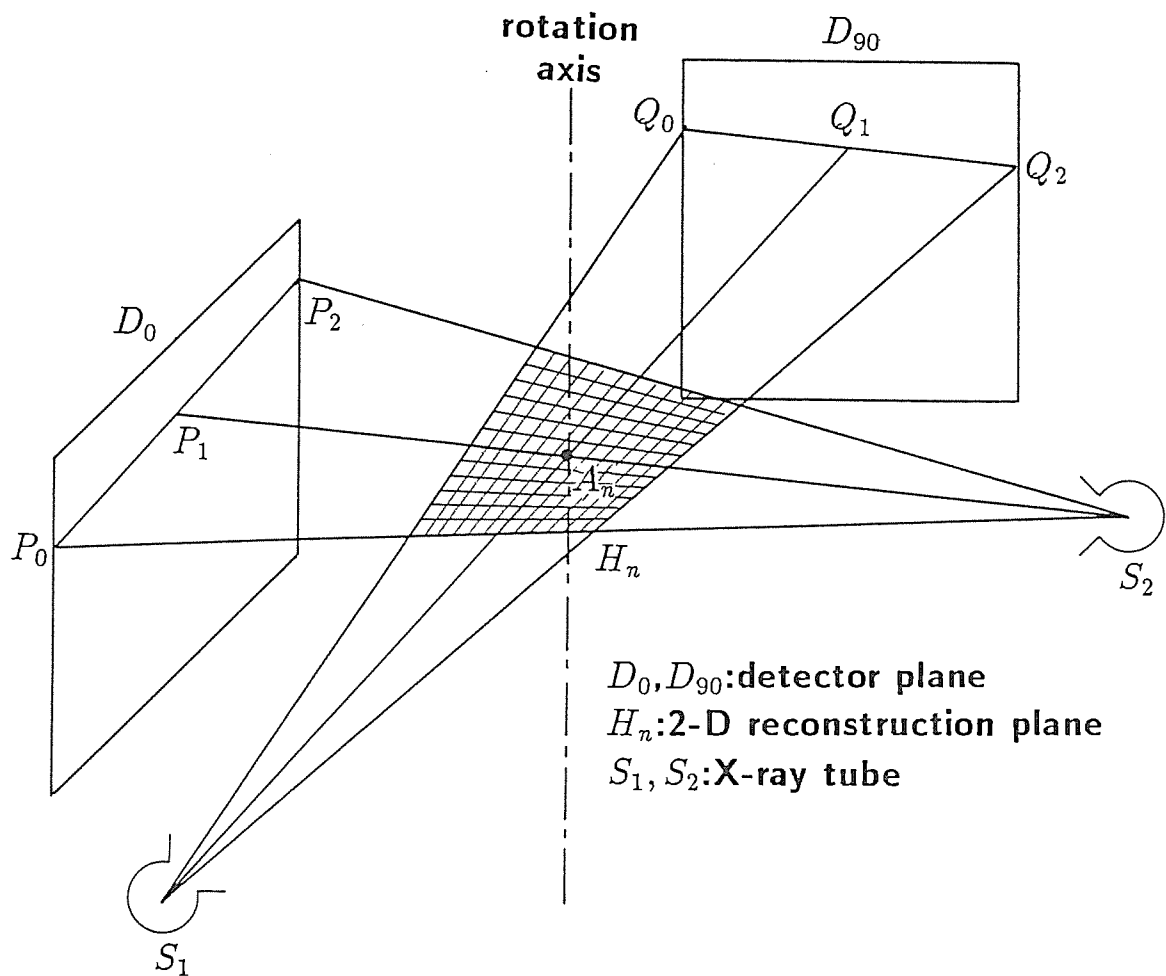


Fig. 5.8: Cone beam coordinate

それぞれの再構成対象平面  $H_n$  を再構成するための1次元投影像としては、再構成対象平面  $H_n$  と計測平面 ( $D_0, D_{90}$ ) とが交わる交線上の投影像 ( $P_0P_2, Q_0Q_2$ ) を用いる。また今回の処理では  $A_n$  を回転軸上に128点、 $P_0P_2, Q_0Q_2$  間を128画素に分割した  $128 \times 128 \times 128$  画素の円錐ビーム座標系で再構成を行った。

### 5.3.2 座標変換

投影物体は2値画像であるので、投影像はビームの通過した長さを単位として計測される。再構成を行うためには、投影像の濃度値を、画素を単位とした値に変換する必要がある。平行ビーム投影を行い直角座標で再構成を行う場合では、この変換は画素の長さで

正規化するだけで良い。しかし円錐ビーム座標系は2つのビーム出射点から見て3次元状に広がった座標であるため、計測は不等間隔ピッチによるサンプリングとなる。ゆえに円錐ビーム座標系では、画素の大きさは場所によって異なる。すなわちこの変換には物体の位置を知ることが必要となる。この段階における再構成物体の3次元位置関係が未知であるため、正確な変換は不可能である。そこで補正には逐次近似処理の初期画像を用いた。

図 5.9 に示すような手法により投影像の濃度値から画素を単位とした長さへの変換を行った。変換対象点  $P_k$  に到達するビーム軌跡  $B_k$  を考える。画素を単位とした長さへの変換はビーム軌跡上で、かつ初期画像に含まれる1画素ごとの長さを算出してその平均値をビーム軌跡  $B_k$  に対する平均画素長さ  $\bar{L}$  として  $P_k$  における投影値を  $\bar{L}$  で正規化することによって画素を単位とした長さに変換できる。今回の処理では近似解としてビーム軌跡  $B_k$  の入射点における画素長さ  $L_1$  と出射点における長さ  $L_n$  で平均画素長さ  $\bar{L}$  を求め、画素を単位とする長さへの変換を行った。

$$\begin{aligned}\bar{L} &= \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n L_k \\ &\simeq \frac{L_1 + L_n}{2}\end{aligned}\tag{5.16}$$

以上説明した2方向の円錐ビームから3次元形状を再構成するアルゴリズムをまとめると図 5.10 のようになる。まず2方向から投影した2枚の投影像に 5.3.1 で示した円錐ビーム座標への変換を行う。次に 5.2.2 に示した逐次近似法による再構成を円錐ビーム座標系の1スライスごとに行う。また円錐ビーム座標系は歪んだ座標系であるため、再構成結果を表示するに適した直交座標系への変換を行う。以上の処理によって円錐ビームによる投影像からの再構成が達成される。

### 5.3.3 計算機シミュレーション

円錐ビームによって計測された投影像への本再構成アルゴリズムの拡張を計算機シミュレーションによって評価した。図 5.11 に評価用3Dファントム1~4を示す。なお設定した4つの3Dファントムの中心断面における形状および大きさは 5.2.5 で設定したファントムのそれぞれ2、3、5、7と同一形状である。これら4つの立体像を計算機のメモリ内に設定し、図 5.11 中 I 方向と J 方向から計測を行うものとして投影像を発生した。そ

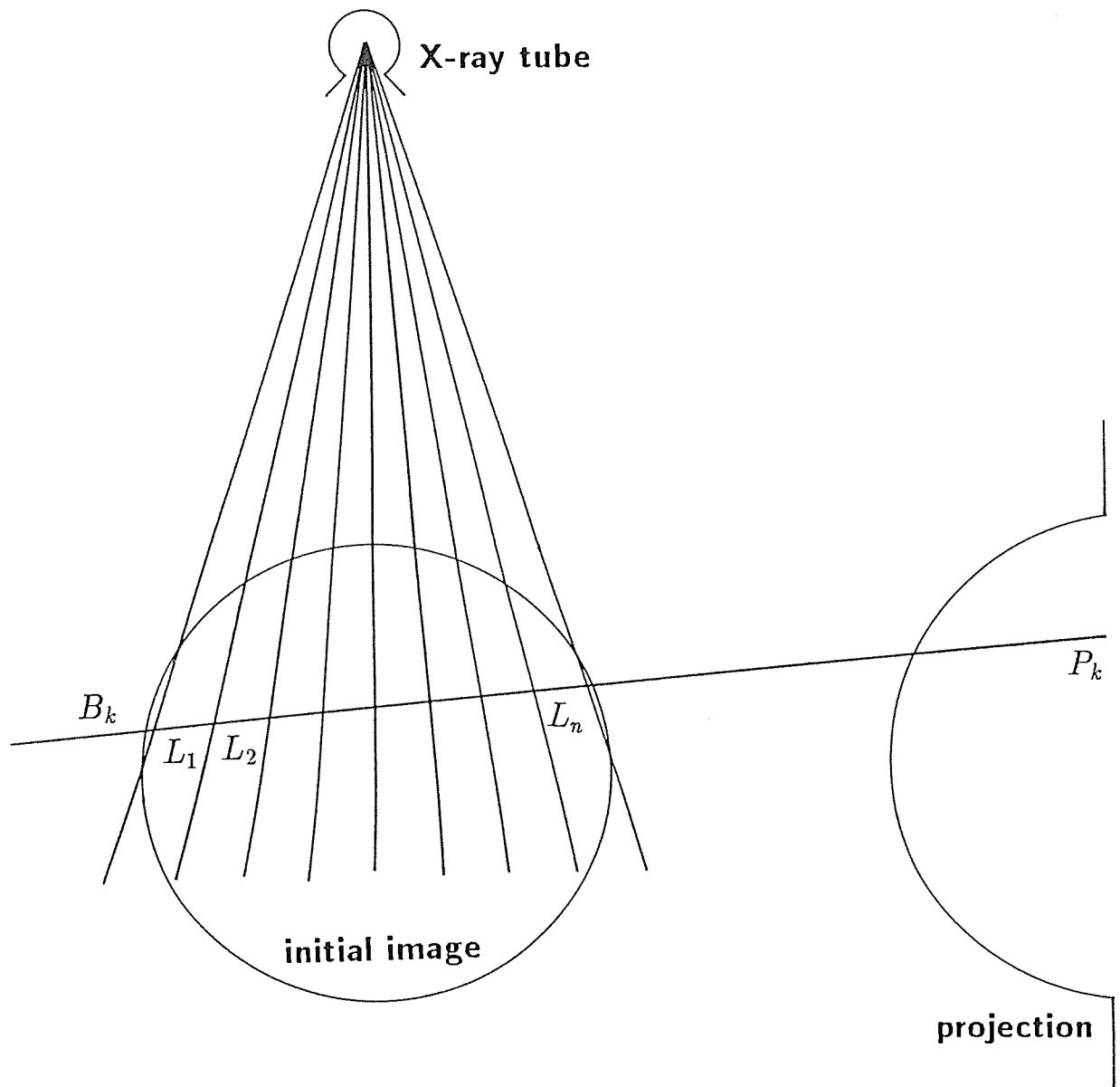


Fig. 5.9: Schematic diagram of conversion to pixel numbers

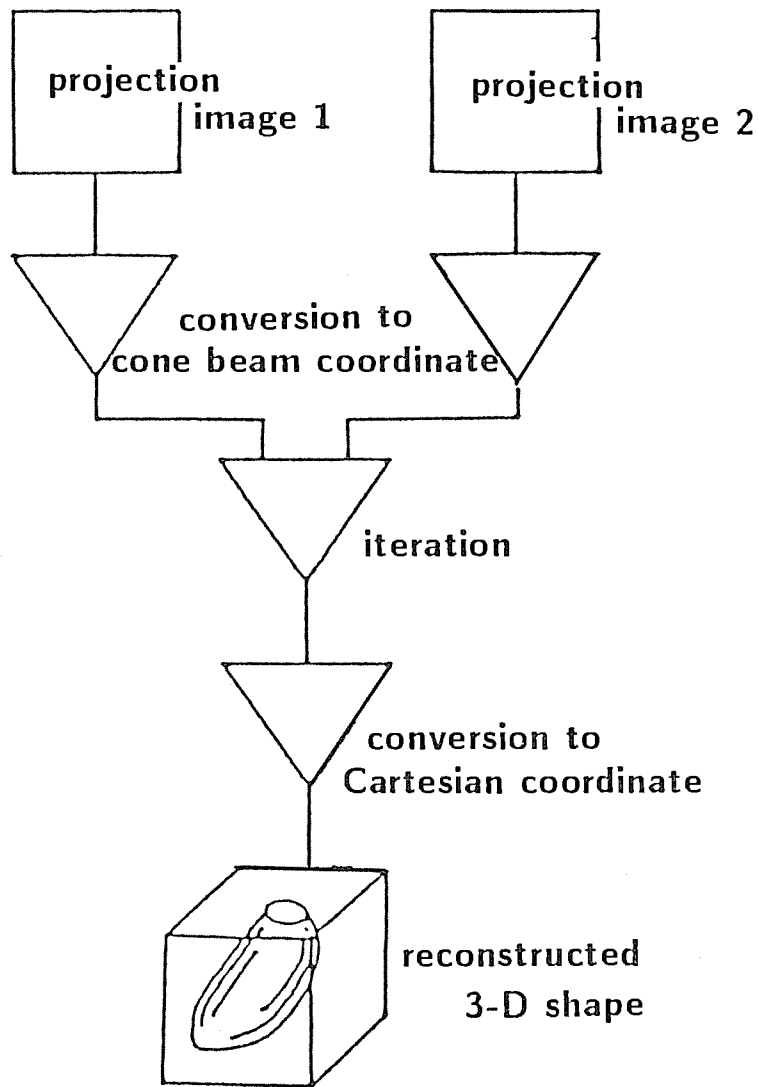


Fig. 5.10: Algorithm for reconstructing 3-D shape from bi-directional projection images

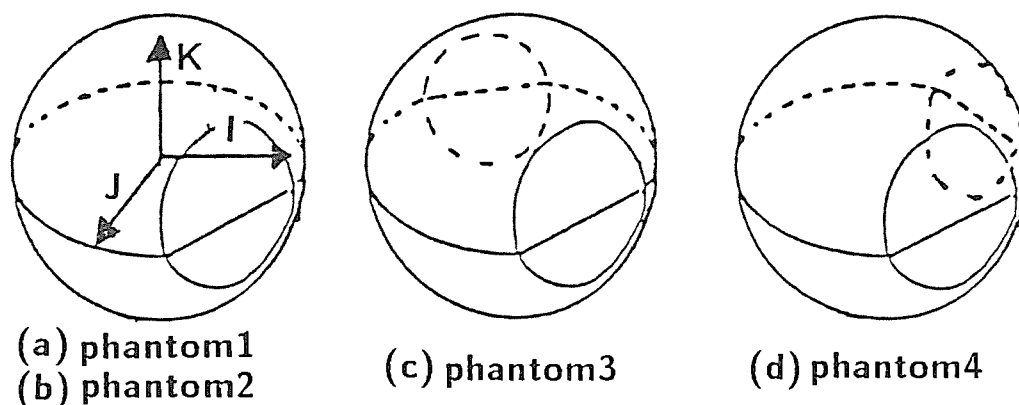


Fig. 5.11: 3-D phantoms for computer simulation

して得られた2枚の投影像から提案した手法によって立体像の再構成を行い、原画像との誤差を評価した。

逐次近似による2乗誤差  $E_n$  と逐次近似回数  $n$  の関係を図 5.12 に示す。なお本誤差量は中心断面の再構成における2乗誤差量である。3Dファントム1～4とも10回程度の逐次近似によって誤差の収束が確認できる。なお座標変換における近似処理のため平行ビームによる投影に比べて誤差量増大の傾向が見られる。図 5.13 に3Dファントム1～4と再構成結果の中心断面(スライス64)、上部断面(スライス54)(スライス44)を示す。ここで示すスライス番号とは128スライスからなる直交座標系の1スライスを示す。なお設定した3Dファントムは最上部が24スライス、最下部が104スライス、中心スライスが64スライスである。4つの結果とも5.2.5で示した平行ビームからの投影に比べて結果に歪みが見られるが、中心断面による比較では平行ビーム投影からの再構成と同様の再構成結果を得た。表 5.3 に2方向円錐ビームによる3次元形状を再構成したときの誤差量を示す。なお誤差量は式(5.15)を3次元に拡張した式(5.17)を用いた。

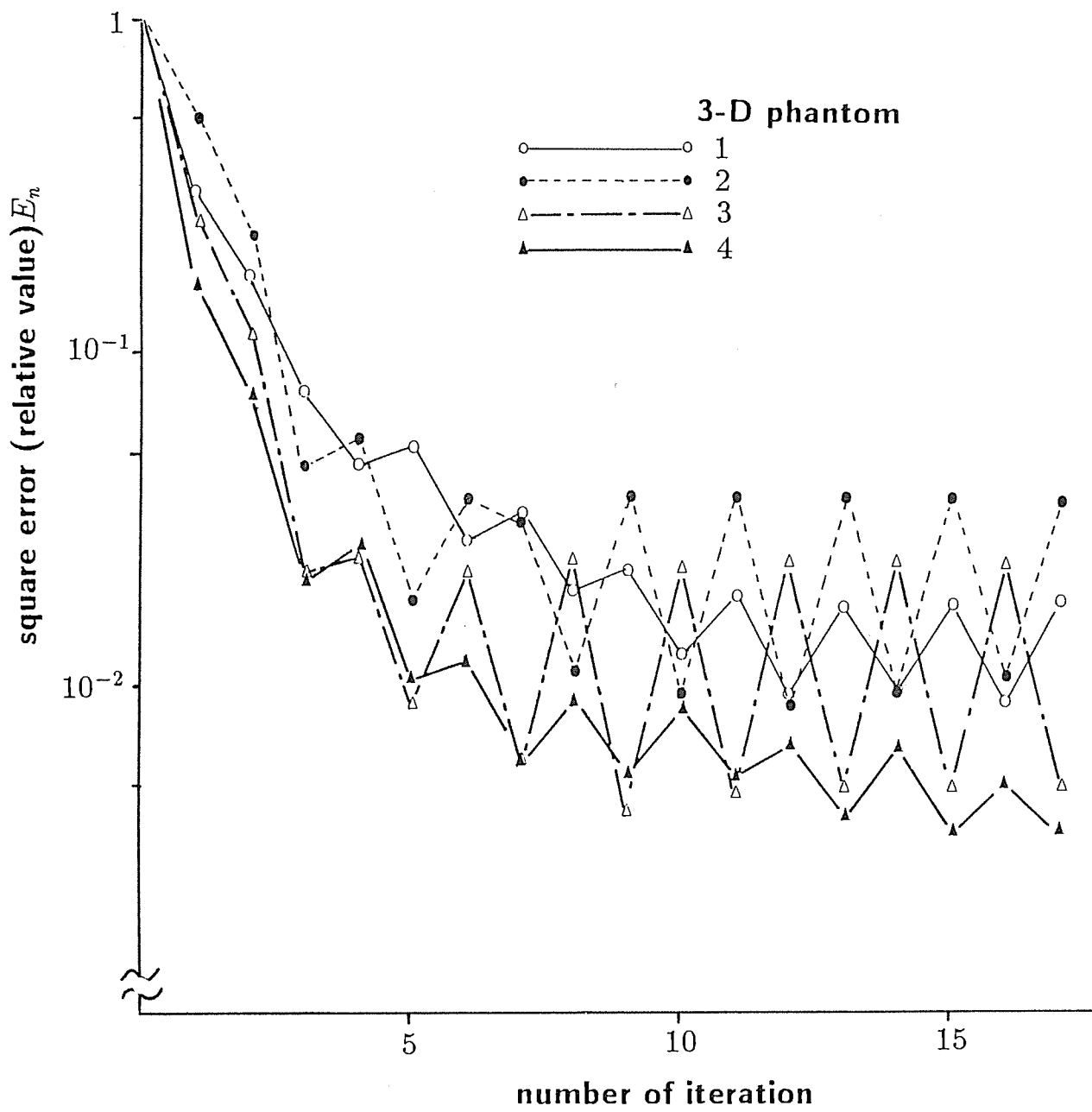


Fig. 5.12: Convergence characteristic of square error on iteration process (center section)

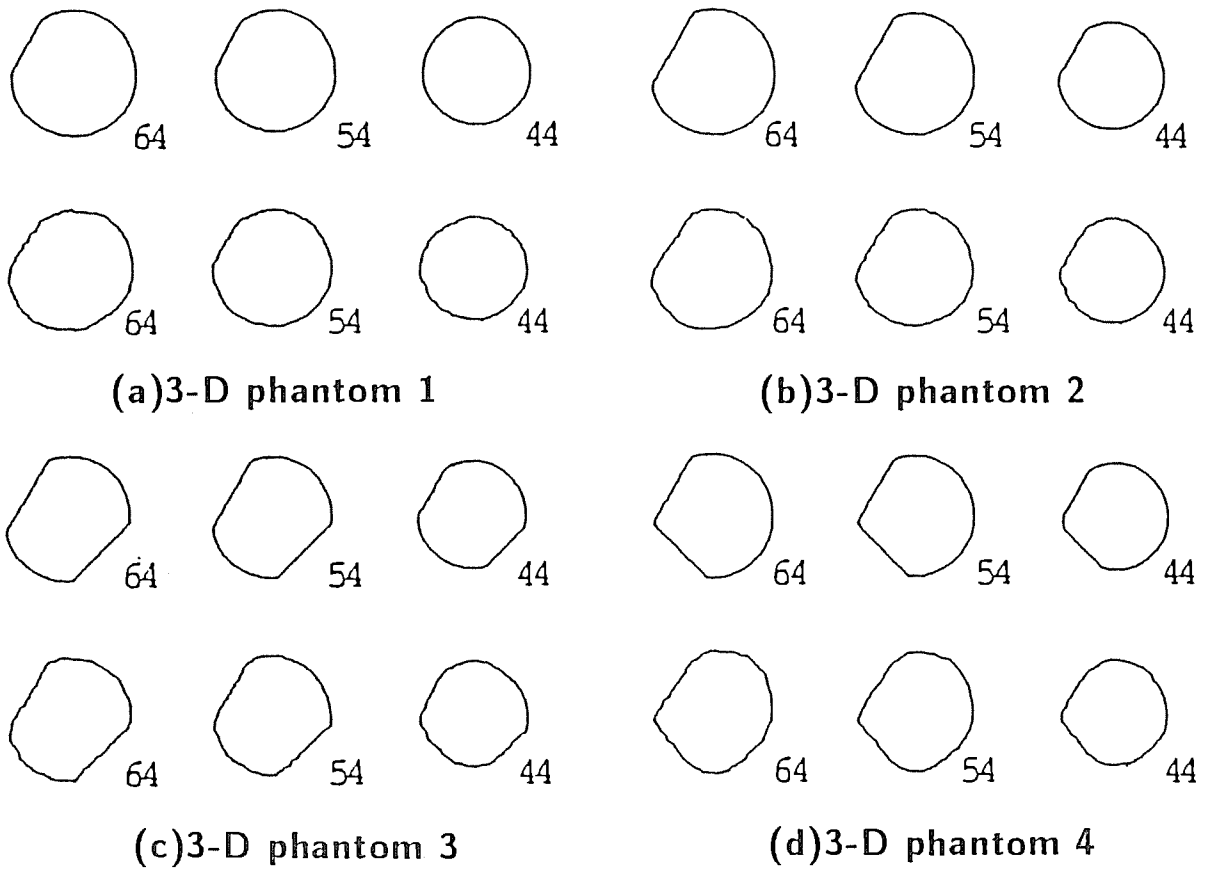


Fig. 5.13: Reconstructed images by computer simulation

Upper row ; Original images  
 Lower row ; Reconstructed images



表 5.3: 円錐ビームによる投影からの形状誤差

	誤差量 $D_{if-3d}$
3 D 画像 1	2.4%
3 D 画像 2	2.8%
3 D 画像 3	3.7%
3 D 画像 4	5.5%

$$D_{if-3d} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n f(i, j, k) \oplus g(i, j, k)}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n f(i, j, k)} \quad (5.17)$$

$f$ : 原画像

$g$ : 再構成像

$\oplus$ : 排他的論理和

式 (5.17) で算出した誤差量は最小で 2.4%、最大で 5.5% であり 5.2.5 における平行ビームによる投影からの再構成結果と同様な傾向を示した。

## 5.4 X線撮影系への適用

本アルゴリズムを実際の X 線撮影装置を用いて計測した投影像に適用し 3 次元再構成を行った。撮影にはデジタル化 X 線透視像撮影装置（デジタルフルオログラフィ, D F）を用いた [17]。図 5.14 に D F 装置の基本構成を示す。この D F 装置を用いて造影剤注入前後の差画像を算出し、造影剤だけの画像を得る手法を D S A 手法と呼ぶ。本再構成アルゴリズムはこの D S A 手法を用いて計測を行った投影像を用いた。まず実際の D F 装置でファントムを計測し、得られた 2 方向から計測した投影像からファントムの形状を再構成するファントムシミュレーションを行った。被検査体として図 5.15 に示す人摘出心臓の内腔をシリコンゴムで形どった人心内腔ファントムを使用した。撮影方向には通常いられている方向、右前斜位 30 度 (RAO30) および左前斜位 60 度 (LAO60) から撮影を行った。図 5.16 にファントムを D F 装置で 2 方向から撮影した投影像に D S A 手法

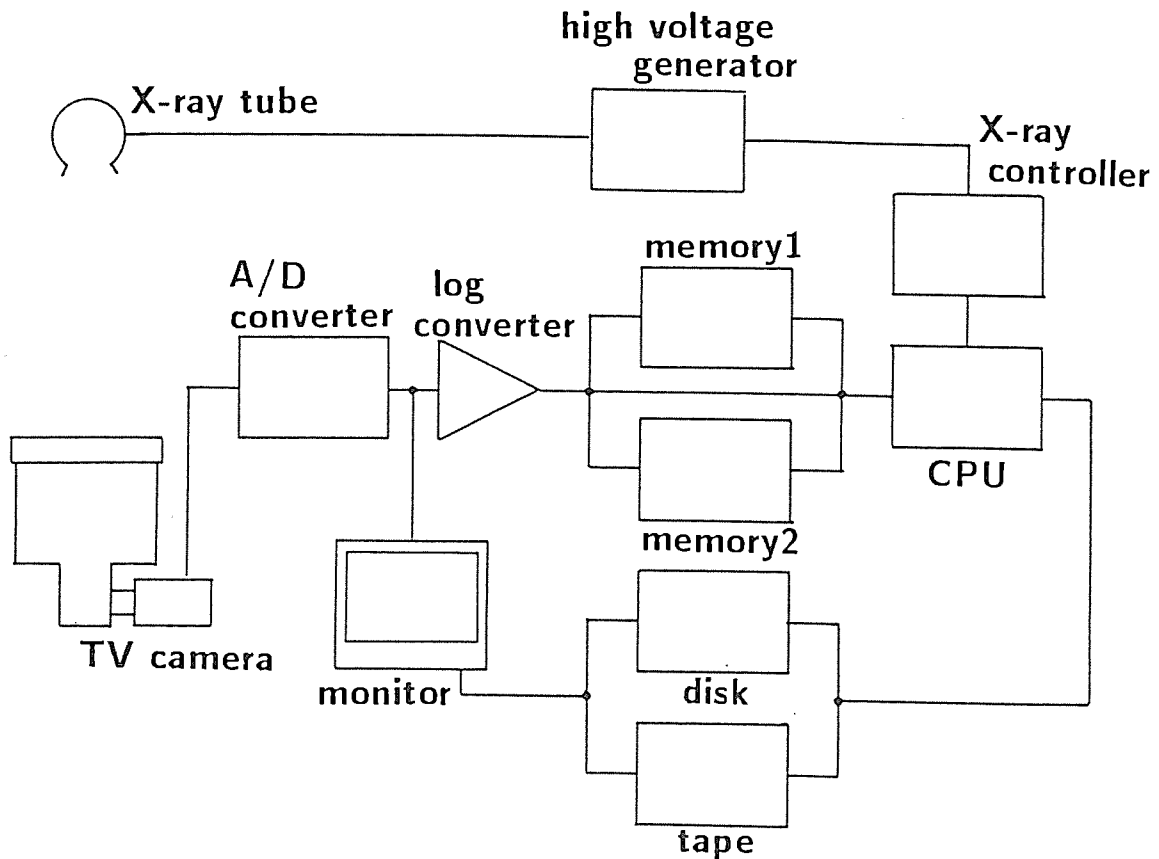
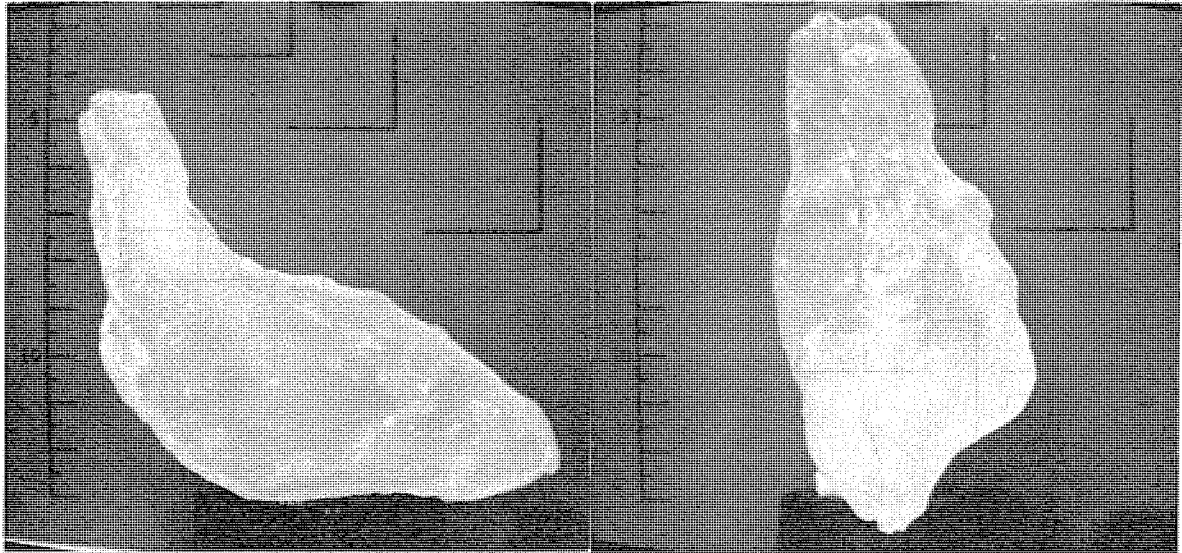


Fig. 5.14: Block diagram of digital fluorographic system

を適用することにより背景を除去したファントムだけの投影像を示す。この2枚の投影像を用いて、本章で提案したアルゴリズムにより再構成を行った。図 5.17 に再構成結果を示す。図 5.17 は再構成物体の表面に光学投影した陰影像として表示したもので、図 5.17 (a) はオリジナルファントムを右前斜位 30 度から見た時に相当する像であり (b) は左前斜位 60 度からサーフェスモデル像である。図 5.17 (c)(d) は、従来行われてきた楕円近似による再構成結果、図 5.17 (e)(f) は逐次近似法による再構成結果のサーフェスモデルである。(e)(f) に示す逐次近似による再構成結果は、(c)(d) に示す楕円近似による再構成結果に比べ、より忠実にオリジナルファントムの形状を再構成していることが確認できる。

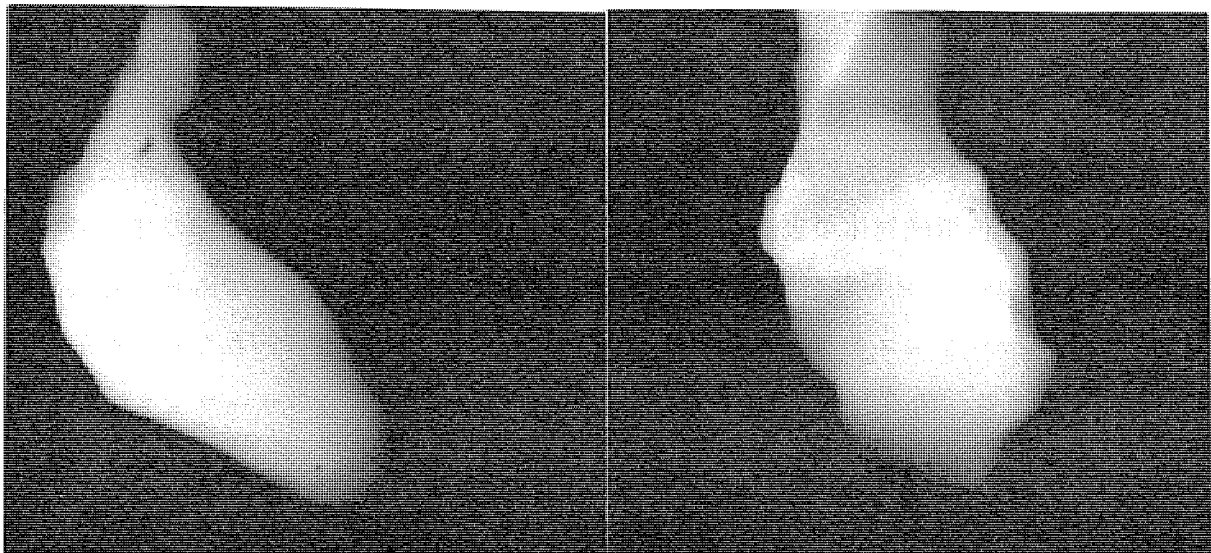
さらに再構成誤差の検討を断面ごとに評価した。誤差の評価方法として、人心内腔ファントム、楕円近似による再構成結果、逐次近似による再構成結果、それぞれの3次元像の上部断面、中心断面、下部断面をそれぞれ切り出し、式 (5.18) で示す展開関数  $L$  を算出



RAO30°

LAO60°

Fig. 5.15: Plastic phantom



RAO30°

LAO60°

Fig. 5.16: Projection images of plastic phantom after subtraction

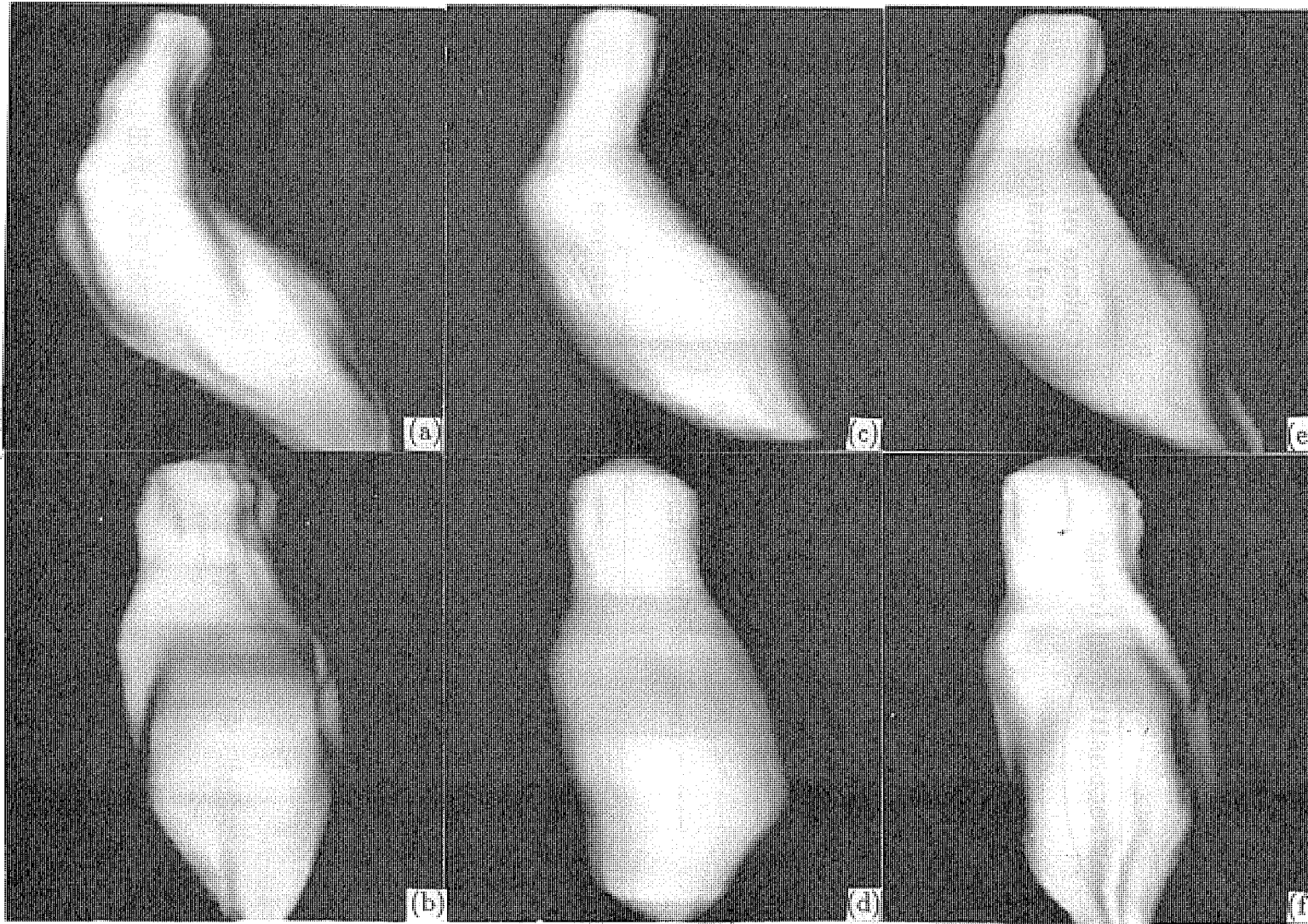


Fig. 5.17: Original and reconstructed images

left : Original images of phantom  
 Center : Reconstructed images using ellipsoid approximation  
 Right : Reconstructed images using proposed method  
 Upper : RAO30  
 Lower : LAO60

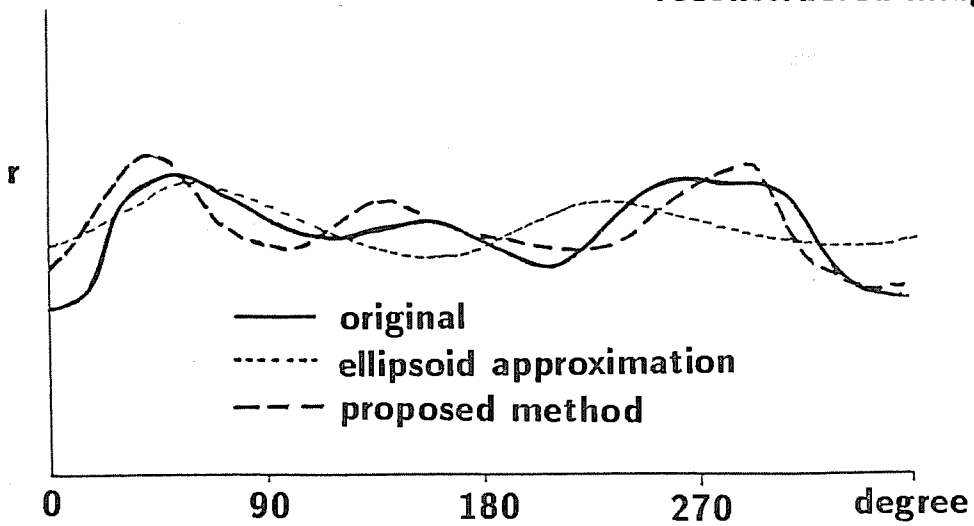
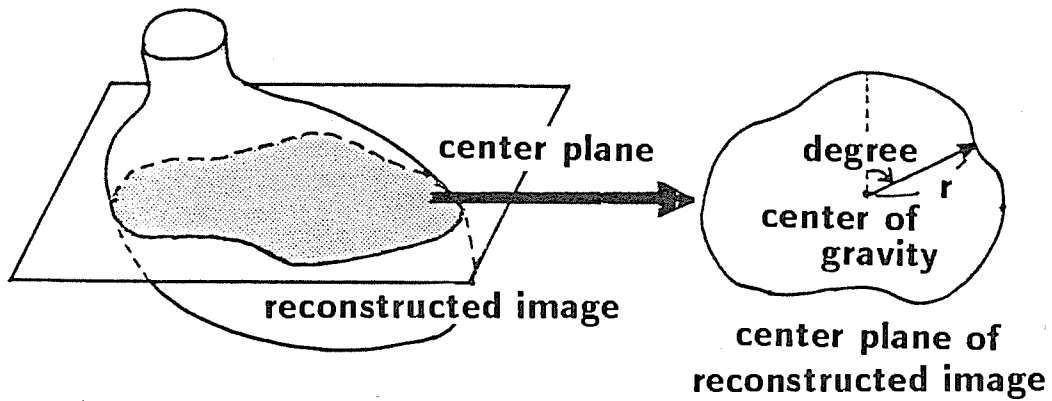


Fig. 5.18: Correlation between the original and reconstructed shape

し、各関数間の相関係数を求めることにより再構成結果の類似度を算出した。

$$L(\theta) = r \tag{5.18}$$

$r$ : 重心から角度  $\theta$  方向の境界までの距離

$\theta$ : 重心と各境界のなす角度

図 5.18 に人心内腔ファントム、楕円近似法、逐次近似法による再構成結果から算出した中央断面の展開関数  $L_0, L_E, L_I$  を示す。さらに表 5.4 に  $L_0 - L_E$  間、 $L_0 - L_I$  間の相関係数を示す。この表および図 5.18 からわかるように逐次近似法による再構成結果は楕円近似法に比べ、人心内腔ファントムの形状を忠実に再現していることが確認できる。

表 5.4: ファントム、2 方向からの再構成結果および逐次近似による再構成結果の各断面における相関値

	ファントム 3 D 像 & 2 方向再構成 ( $L_O - L_I$ )	ファントム 3 D 像 & 楕円近似 ( $L_O - L_E$ )
上部 k=48	0.75	0.76
中央部 k=64	0.77	0.43
下部 k=80	0.86	0.42

## 5.5 臨床適用による左心室内腔 3 次元動態像の算出

本アルゴリズムで必要な投影像は 2 方向からだけの投影像である。従って投影像計測に必要な時間は  $1 / 30$  程度であり、非常に時間分解能に優れた再構成結果が期待できる。そこで本再構成アルゴリズムを臨床例に適用し、心臓左心室内腔動態像の算出を行った。

本再構成アルゴリズムを実際に臨床例に適用する場合、計算機シミュレーションおよびファントムシミュレーションと異なり、計測される投影像には以下の問題点が存在する。

1. 散乱線による計測系の線形性阻害
2. 肺野や心房内など左心室以外に存在する造影剤や動きによるアーチファクト
3. 左心室内腔内の肉柱や乳頭筋などの複雑な形状によりもたらされる投影像の濃度値の急峻な変化

そこで、問題点 (1) に対しては散乱線除去のための補正を行い [18]、問題点 (2) に対しては、心臓左心室内腔領域だけを計算機内で自動的に抽出することにより、左心室内腔以外に存在する造影剤や動きの影響を除去した [19]。問題点 (3) は基本的には、急峻な変化を抑制する高域除去フィルタ処理を行うことにより補正することが可能である。しかし一般に辺縁部分の立ち上がりがなまってしまい、再構成結果が本来の被検査体に比べて大きく評価されてしまうことになる。そこで画像の濃度値を参照した式 (5.19) に示す適応型高域除去フィルタを使用した [18]。本適応型フィルタを用いることにより入力画像のうち濃度が低い部分、すなわち辺縁部分は高域除去処理が抑制され、辺縁成分は保存され

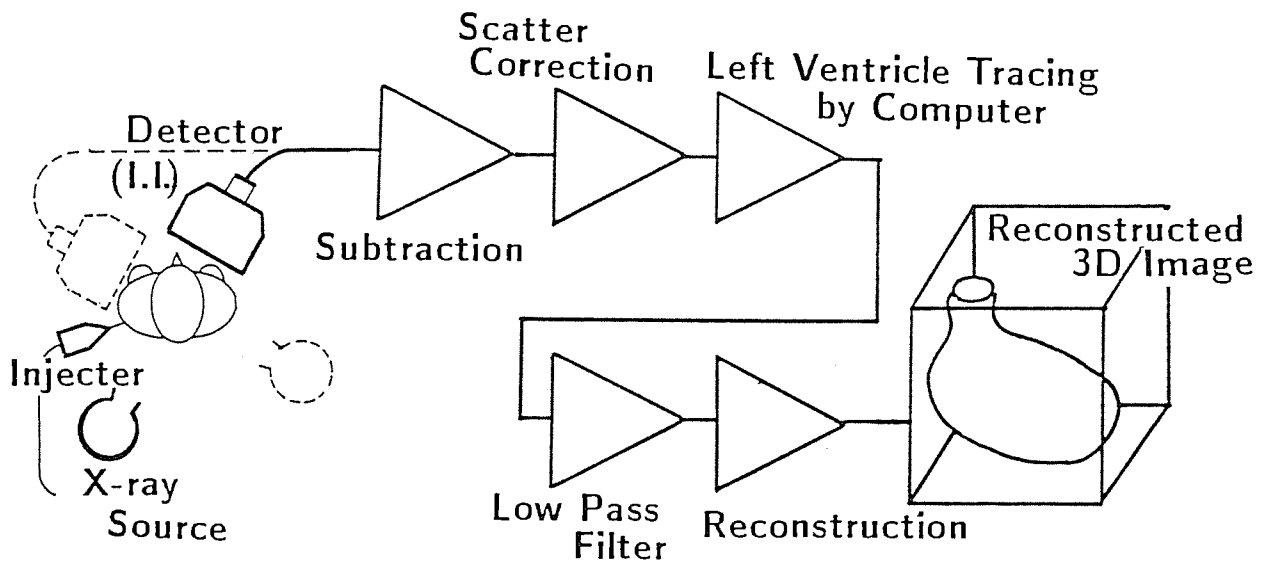


Fig. 5.19: General flow chart of reconstruction in clinical application

ることとなる。

$$h(x, y) = (1 - \alpha_n)f(x, y) + \alpha_n g(x, y) \quad (5.19)$$

$$\alpha = \frac{f(x, y) - f_{min}}{f_{max} - f_{min}}$$

$f$ :入力画像  $g$ :高域除去フィルタ後の入力画像

$h$ :補正画像

$f_{max}$ :入力画像の最大値  $f_{min}$ :入力画像の最小値

$n$ :強調係数 (本実験では  $n = 5$ とした)

図 5.19 に本再構成アルゴリズムを臨床適用する際の再構成方法の概略を示す。まず造影剤注入前後の画像を、右前斜位 30度と右前斜位 60度の方向から計測を行なう。次に造影剤注入前後の画像の差分画像を算出することにより造影剤だけの画像を算出する。さらに散乱線補正を行ったのち計算機により自動的に左心室内腔輪郭抽出を行う。最後に式 (5.19) で示す適応型高域除去フィルタ処理を行った後、逐次近似法による再構成を行う。

以上の処理を心臓拡張末期 → 収縮末期 → 拡張末期の各時相に対して 1/30 秒の時間分解能で行い、左心室動態像の算出を行った。図 5.20 に心電図各時相に於ける輪郭抽出結果を示す。さらに図 5.21、図 5.22 に本手法を臨床例に適用し、左心室動態像を作成し

た結果をサーフェスモデルとして示す。図 5.21 は R A O 3 0 度から見た時に値するサーフェスモデルであり、図 5.22 は L A O 6 0 度からのサーフェスモデルである。本臨床例は側壁から心尖部にかけての広い範囲の梗塞症例であるが、再構成結果を動態像として表示することにより、壁運動の異常が明瞭に観察可能であった。



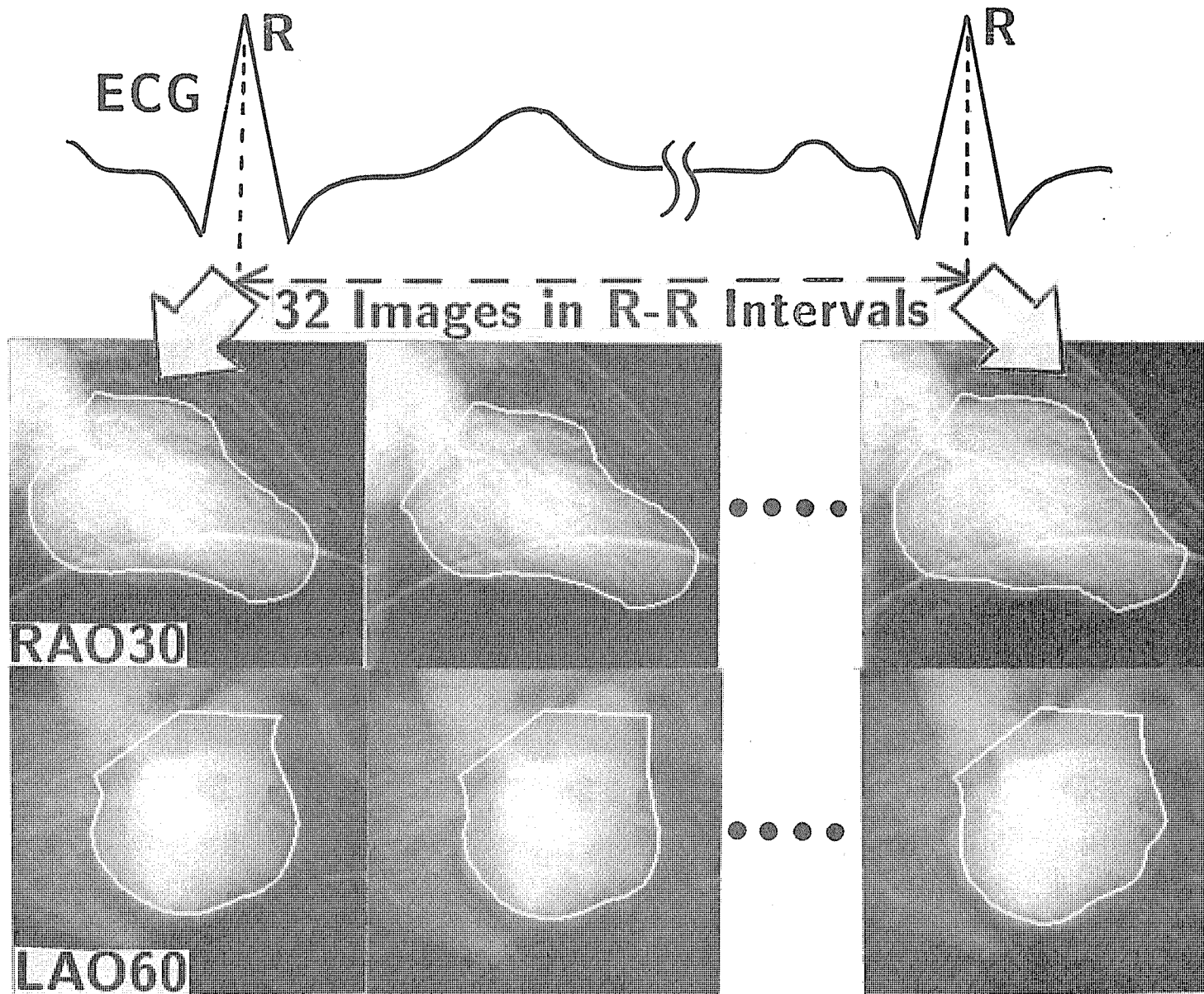


Fig. 5.20: Results of automatic left ventricular cavity shape tracing

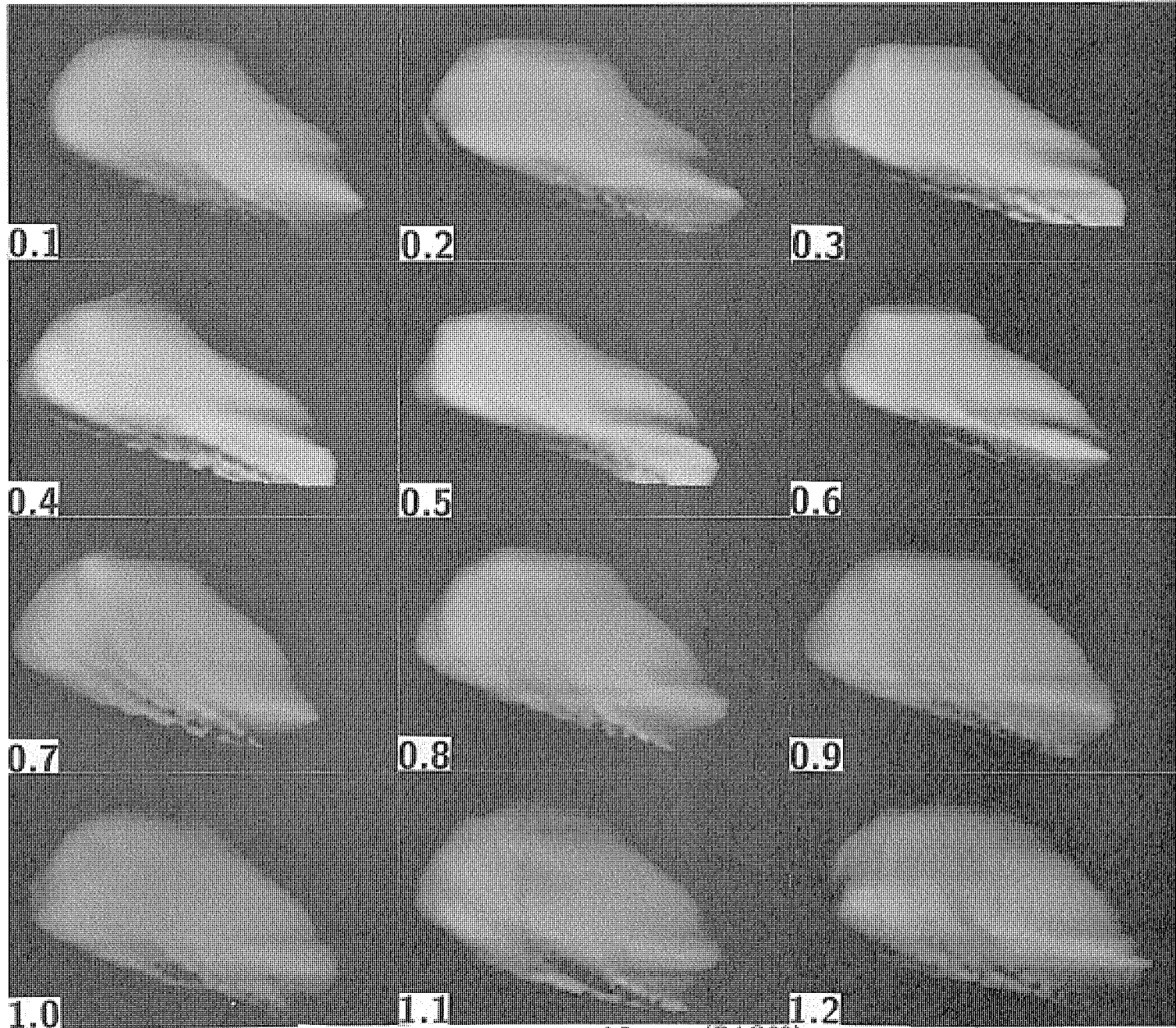


Fig. 5.21: Reconstructed Images (RAO30)  
lower left numbers indicate time from R wave (unit:sec)

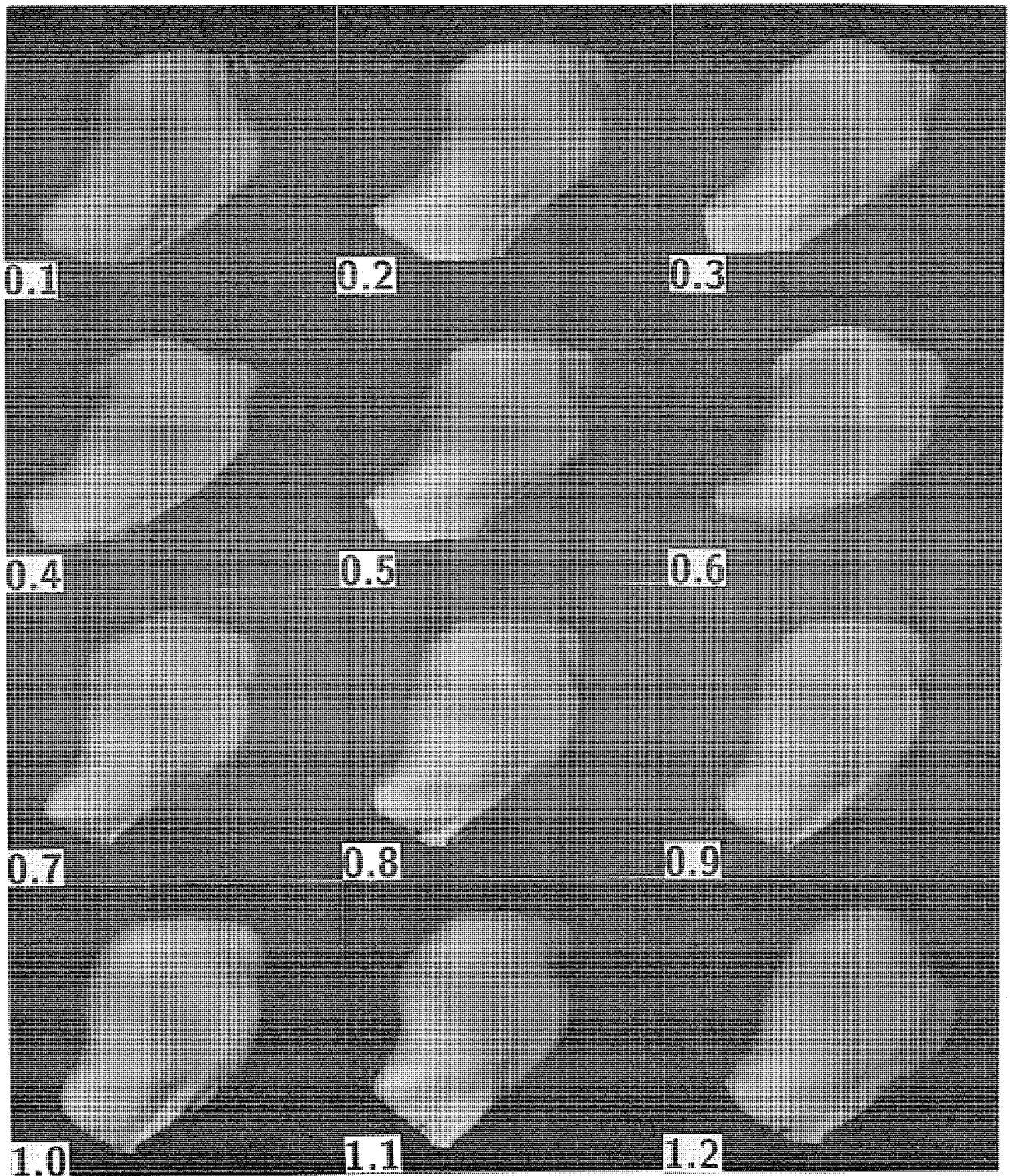


Fig. 5.22: Reconstructed Images (LAO60)  
lower left numbers indicate time from R wave (unit:sec)

## 5.6 まとめ

平行ビームによって2方向から計測した投影像から均質充填物体を再構成するアルゴリズムを提案し、計算機シミュレーションによってアルゴリズムの正当性を実証し、また再構成時の誤差評価を行った。その結果従来から提案されていた楕円近似法では表現することが困難な形状であっても良好な再構成結果を得た。

次に本アルゴリズムを円錐ビームによって計測された2次元投影像からの3次元再構成に適用するための円錐ビーム座標系を提案し、計算機シミュレーションによって3次元再構成を行った。

また実際のX線装置でファントムの撮影を行い、得られた2枚の投影像から3次元再構成ができることを確認した。

この再構成アルゴリズムにおける再構成対象物体は凸状充填物体に限定されるが、2方向のみの投影像から高速に物体の3次元形状を再構成できるという特長を有する。輪郭情報と濃度情報を用いた楕円近似による再構成の結果を初期画像として、投影像の濃度情報を積極的に用いた逐次近似処理を行うことにより対象物体の細かい3次元形状を再構成することが可能となった。

さらに本アルゴリズムを臨床例に適用し、心臓左心室内腔動態像の再構成を行った。このアルゴリズムは時間分解能に優れ、心筋梗塞など心臓壁運動の異常を明瞭に再構成できることを確認した。

## 第 6 章

### まとめ

本論文は、完全には被検査体を再構成できない限られた情報から被検査体の 3 次元形状をできるだけ正確に再構成をすることを目的として、種々の計測幾何学系における再構成アルゴリズムを提案し、それぞれのアルゴリズムに対して計算機シミュレーション、ファントムシミュレーション、臨床適用などの検討を加えた結果についてまとめたものである。

第 2 章、第 3 章では一回転コーンビームスキャン方式により計測した複数枚の投影像から、被検査体の 3 次元構造を再構成する新しい手法について検討を加えた。この計測系により得られた投影像群は、いわゆる不完全投影であり、完全投影を対象にした従来までの再構成アルゴリズムを適用することは不可能であり、新しい再構成アルゴリズムが必要となる。

まず第 2 章では、従来から 2 次元 CT の再構成アルゴリズムとして用いられているフィルタ補正逆投影法を、一回転コーンビームスキャン方式により得られた不完全投影像群による 3 次元再構成アルゴリズムに拡張するために新しいフィルタ関数の提案を行った。新しいフィルタ関数を算出するために、2 次元 CT で用いられているフィルタ補正逆投影法をそのまま 3 次元に拡張したときの問題点および発生機序を明らかにした。問題点は 2 つの要素に分類することができる。第 1 の要素は、逆投影軌跡に沿ったアーチファクトの発生であり、第 2 の要素は再構成された CT 値の誤差である。これらの問題点に対する補正方法について検討し、問題点を克服した新しいフィルタ関数を提案した。さらに計算機シミュレーションによりこのフィルタ関数の特性評価を行った。その結果、本フィルタを用

いたフィルタ補正逆投影法による再構成結果は、正確なCT値を再構成でき、かつアーチファクトも大幅に低減可能であることを確認した。

第3章では第2章と同じ一回転コーンビームスキャン方式により得られた投影像群による新しい再構成手法を提案した。本章で提案した再構成方法は逆フィルタ手法を用いた再構成手法である。しかし一回転コーンビームスキャン方式による投影及び逆投影処理系のインパルス応答は、インパルスの存在する位置により異なる空間依存である。従って逆フィルタ法を適用するために、新しい座標系を提案することにより逆フィルタ法の適用を可能にした。この座標系は、従来までの等間隔サンプリングとは異なり、実空間および周波数空間でのサンプリング間隔を実長とは異なる不等間隔で行うものである。また逆フィルタ処理の安定性を確保するため、投影像の不完全性の周波数空間での場所依存性を考慮した窓関数を用いた。さらに本再構成手法の評価を計算機シミュレーションにより行った。その結果、第2章で提案した再構成手法に比べて、多少アーチファクトは増えるものの、空間分解能に優れた再構成方法であることを確認した。

第4章では現在診断に用いられているX線断層装置の計測部分をデジタル化した、デジタル化X線断層装置を想定し、逆フィルタ法を用いた再構成アルゴリズムの検討を行った。X線断層装置は1回の計測で1断面しか再構成できないのに比べ、本再構成アルゴリズムは、X線断層装置と同様の計測幾何学系を用いるにもかかわらず、被検査体の3次元再構成が可能である再構成方法である。まず投影系および逆投影系のインパルス応答およびそのフーリエ変換、さらに逆フィルタ関数を解析的に算出した。さらに第2章、第3章で得た結果をもとに、投影像の不完全性が要因となるアーチファクトを排除するための窓関数を導入した。最後に本再構成アルゴリズムの効果を、X線断層装置で得られた投影像を用いて確認した。その結果、X線断層装置による再構成結果に比べ、本アルゴリズムによる再構成結果は、他断面から混入する障害陰影が大幅に軽減された画像を、1回の計測で複数断面得られることを確認した。

第5章では均質充満物体を2方向からの投影で再構成するアルゴリズムについて検討した。2方向という非常に限られた投影から再構成を行うため、まず再構成の可能性を不確定量というパラメータを導入することにより検討した。その結果、2方向からでも凸状均質充満物体であれば、ほぼ完全に被検査体の形状を再構成できることを証明した。さら

に逐次近似法を用いた再構成アルゴリズムを提案し、計算機シミュレーションによってアルゴリズムによる再構成画像の安定性を検証した。さらに再構成時の誤差評価を行った。その結果従来から提案されていた楕円近似法では表現することが困難な形状であっても良好な再構成結果を得た。また本アルゴリズムを円錐ビームによって計測された2次元投影像からの3次元再構成に適用するために円錐ビーム座標系を提案し、直角座標からの変換方法についても検討した。さらにこの手法の計算機シミュレーションを行うことによって、コーンビームを用いたX線撮影系に適用できることが確認された。次に実際のX線装置でファントムの撮影を行い、得られた2枚の投影像から3次元再構成ができることを検証した。最後に本アルゴリズムを臨床例に適用し、心臓左心室内腔動態像の再構成を行った。その結果、本アルゴリズムによって再構成された3次元動態像は時間分解能に優れ、心筋梗塞など心臓壁運動の異常を明瞭に再構成できることを確認した。

本論文は、不完全投影からの3次元再構成アルゴリズムについてまとめたものである。人体の3次元再構成を行う場合、投影像群の不完全性は回避できない問題であり、不完全性からくる再構成画像の画質低下を最小限に抑えることが問題となる。第2章では投影像群の周波数空間での不完全性の局所性に注目し、十分な投影像が得られない領域では、再構成結果の空間分解能を抑えることによりアーチファクトの発生要因を除去した。第3章、第4章では逆フィルタ法を用いた再構成方法を提案し、逆フィルタ法を適用する際に問題点となる安定性を確保するために新しい3次元窓関数を導入した。第5章では、再構成対象物体に均質充填物体という拘束条件をつけることによりわずか2方向からの投影像だけでも十分な再構成を可能とした。このように本論文は種々の3次元再構成のための計測幾何学系に対する再構成アルゴリズムについての提案を行ったものである。本論文の結果は今後の3次元再構成問題、および実際に3次元CTなどを開発する際の基礎として重要な資料となると考えている。

## 謝辞

本研究に関して、終始熱心な御指導と御教示を賜った名古屋工業大学電気情報工学科鈴村宣夫教授に心から厚く御礼申し上げます。

本論文の作成にあたり、数々の御教示を賜った名古屋工業大学電気情報工学科渡部叡教授、石井直宏教授に深く感謝致します。

日頃、いろいろ御検討、御助言を下さった名古屋工業大学電気情報工学科岩田彰助教授、名城大学理工学部電気電子工学科堀場勇夫講師に心から感謝致します。

また多くの貴重なデータを提供していただき、数多くの御教示を賜った藤田学園保健衛生大学古賀佑彦教授、放射線科沢田武司技師長、株式会社日立メディコ技術研究所小野邦男所長、矢仲重信主幹技師長、常岡雅幸設計部長、小田和幸氏に厚く御礼申し上げます。

本研究の一部は、名古屋工業大学大学院生として研究に参加した、木村克己氏 (現TORAY)、魏回氏および名古屋工業大学卒業研究生として研究に参加した、高橋幸江氏 (現日本IBM)、浜口敏英氏 (現松下電器産業株式会社) の多大な協力を得て行なわれたものであり、ここに深く感謝の意を表します。またこの研究に対して御協力をいただきました名古屋工業大学鈴村研究室の皆様および長谷川雅子氏に感謝致します。



## 参 考 文 献

- [1] 萬,横井,鶴岡,三宅:”頭部 C T 像の三次元表示の一方法”,医用電子と生体工学,第 21 卷,第 6号, pp.15-20 (Oct.1983)
- [2] R.V.Denton, B.Friedlander, A.J.Rockmore:”Direct Three-Dimensional Image Reconstruction from Divergent Rays”, IEEE Trans., NS-26, No.5, pp.4695-4703 (Oct.1979)
- [3] 井宮,小川:”円錐ビームによる投影からの画像直接再構成”,電子通信学会論文誌 J68-D, No.4, pp523-529(1985)
- [4] R.A.Robb, E.A.Hoffman, L.J.Sinak, L.D.Harris, E.L.Ritman:”High-Speed Three-Dimensional X-Ray Computed Tomography : The Dynamic Spatial Reconstructor”, Proc of IEEE, Vol.71, No.3, pp.308-319 (Mar.1983)
- [5] M.D.Altshuler, G.T.Herman, A.Lent:”Fully Three-Dimensional Image Reconstruction from Cone-Beam Source”, IEEE Conf. on Pattern Recognition and Image processing, Chicago, Illinois (May 1978)
- [6] L.A.Shepp, B.F.Logan: ”The Fourier Reconstruction of a Head Section”, IEEE Trans., NS-21, pp.21-43 (1974)
- [7] 岩田,堀場,鈴木:”医用画像の生成に関するデジタル処理”,電気関係学会東海支部 連合大会報文集, pp.S78-S82(1985)
- [8] G.T.Herman, A.V.Lakshminarayanan, A.Naparstek:”Convolution Reconstruction Techniques for Divergent Beams”, Compt. Biol. Med. Pergamon Press, Vol.6, pp.259-271(1976)
- [9] H.E.Knutsson, P.Edholm, G.H.Granlund, C.U,Petersson: ”Ectomography- A New Radiographic Reconstruction Method -1.Theory and Error Estimates”, IEEE Trans., BME-27, pp640-648(1980)
- [10] E.Tanaka:”Generalized Correction Functions for Convolutional Techniques in Three-dimensional Image Reconstruction”, Phys. Med. Biol., Vol.24, No.1, pp.157-161 (1979)

- [11] R.M.Bracewell:"The Fourier Transform and Its Applications",McGRAWHILL (1965)
- [12] 堀場,岩田,山岸,鈴木:"ファンビームCTにおける補間法と画質の関係",電子通信学会論文誌 J68-D, No.4, pp.538-545 (1985).
- [13] 井上:"計算機トモグラフィーによるおける画像処理",信学誌, Vol.63, No.6, pp.600-607 (1980).
- [14] R.M.Mersereau, A.V.Oppenheim;"Digital reconstructions of multi dimensional signals from their projection,"Proc.IEEE,Vol.62,No.10,pp.1319-1338(Oct.1974)
- [15] T.Inoue, S.Oya, S.Hanagata: "A practical solution for the limited angle reconstruction problem", Medical Imaging Technology, Vol.1S, No.1,pp47,July(1983).
- [16] 英保,山田,桑原:"X線左心室造影の画像処理と心臓機能の表示",計測と制御,Vol.19,No.10,pp923-936(1980).
- [17] 常岡:"講座:デジタルフルオログラフィ",医用電子と生体工学, Vol.22,No.2,pp137-147,Apr.(1984).
- [18] 木村,岩田,堀場,松尾ほか:"2方向投影像からの左心室内腔形状の再構成-豚摘出心による実験-",電子通信学会技術研究報告, MBE86-65, pp.23-28 (1986)
- [19] 松尾,岩田,堀場,鈴木,高橋:"Digital Subtraction Angiographyに適した左心室輪郭自動抽出アルゴリズム",電子通信学会技術研究報告, MBE84-50, pp.31-38 (1984)
- [20] 松尾,堀場,岩田,鈴木:"2方向投影像からの均質充填物体再構成アルゴリズム",電子通信学会論文誌,Vol.J70-D, No.2, pp.463-473(1987)
- [21] 松尾,堀場,岩田,鈴木:"コーンビームCTのためのフィルタ補正逆投影法",電子情報通信学会論文誌,Vol.J71-D, No.4, pp.714-725 (1988)
- [22] 松尾,岩田,堀場,鈴木:"逆フィルタ法によるコーンビームX線CT像再構成法",電子情報通信学会論文誌,Vol.J71-D, No.11, pp2457-2465 (1988)
- [23] 岩田,松尾,堀場,魏,鈴木:"逆フィルタ法によるデジタル多断層再構成アルゴリズム",電子情報通信学会論文誌 (投稿中)