

キタムラ ナオキ

氏 名 北村 直暉

学位の種類 博士（工学）

学位記番号 博第1245号

学位授与の日付 2022年3月31日

学位授与の条件 学位規則第4条第1項該当 課程博士

学位論文題目 A Study on Efficient Algorithms for Local Interaction Systems
(局所的な相互作用系のための効率的なアルゴリズムに関する研究)

論文審査委員 主査 教授 片山 喜章
教授 犬塚 信博
教授 和田山 正
教授 増澤 利光
(大阪大学)
准教授 泉 泰介
(大阪大学)

論文内容の要旨

局所的な相互作用系とは局所的な変更を繰り返し行うことにより特定のタスクを達成するシステムである。本論文では、局所的な相互作用系における効率的なアルゴリズムについて、分散計算と逐次計算の2つの観点から得られた結果について紹介する。

本論文の2章および3章では分散計算における局所的な相互作用系について考える。局所的な通信のみを行い特定の問題を解くアルゴリズムは、実装の容易さやスケーラビリティの高さから分散計算の分野で幅広く研究されている。分散システムにおいて各計算機を頂点(ノード)、計算機間の通信リンクを辺とみなすとネットワークはグラフの形で表すことができる。このようにネットワークをグラフの形で表したシステムを分散グラフシステムと呼び、分散グラフシステムにおいてネットワーク自身をグラフの入力とみなしてグラフ上の問題を解くものを分散グラフアルゴリズムと呼ぶ。本論文では分散グラフシステムにおける局所的な相互作用系の主要なモデルの1つである CONGEST モデルについて研究を行った。CONGEST モデルではアルゴリズムは同期して動作する。各ラウンドでは、各ノードは(1)隣接ノードに情報を送信(2)隣接ノードから情報を受信(3)内部計算の3つを行う。また、CONGEST モデルではネットワークの通信リンクの帯域幅に制限があり、1ラウンドに1つの通信リンクを通じて隣接しているノードに送ること

ができるビット数は $O(\log n)$ ビットに制限がされている(n はノードの数). 本論文では CONGEST モデルにおける最小全域木問題と最大マッチング問題の上下界について研究を行った. 最小全域木問題については(1)直径が 3 および 4 のグラフ(2)ダブルリングディメンションが制限されたグラフ(3)クリーク幅が制限されたグラフの 3 つのグラフで上下界について研究をした. 直径が 3 のグラフでは $\tilde{O}(n^{1/4})$ ラウンドで, 直径が 4 のグラフでは $\tilde{O}(n^{1/3})$ ラウンドで, ダブルリングディメンション x のグラフでは $\tilde{O}(D^x)$ ラウンドで最小全域木問題を CONGEST モデル上で解くアルゴリズムを提案した(D はグラフの直径). 一方, 最小全域木問題のインスタンスのグラフクラスをクリーク幅が 6 以下であると制限した場合においても CONGEST モデルにおける最小全域木問題の下界は一般のグラフの下界と同等であることを示した. 最大マッチングの問題に関しては $O(n^{1.5})$ ラウンドで厳密な最大マッチングを解く CONGEST モデル上のアルゴリズムを提案した.

本論文の 4 章では数理的にモデル化された一人用パズルに関する局所的な相互作用系について考える. パズルの多くは「2 つの状況 A, B が与えられたときに特定の変形操作のみを用いて A から B への変形が可能であるか」という遷移問題として定式化することができる. 特に, 1 回の変形操作によって影響を受ける物体が定数に制限されているものは局所的な相互作用を行うシステムの種類として見なすことができ, 15 パズルや倉庫番などの多くの問題が研究されている. パズルに関する研究では, 実際に解を見つけることが可能であるかの判定や解にたどり着くまでに必要なステップ数について注目されている. 多くのパズルの問題は NP 完全や PSPACE 完全であることが知られており, 計算機を用いて効率的に解くことが絶望的であると考えられている. 本論文では数理的なパチンコに関して研究を行った. 数理的なパチンコのモデルは秋山等によって提案され, 後に Akitaya 等によって幾何学的なモデルのパチンコについて研究がされている. 三角格子平面上にピンが配置されたパチンコ台について考える. ボールは中心から垂直に落下させる. 落下したボールはピンに当たるとボールは左右の列に等確率で振り分けられるものとする. このようなモデルにおいて, ピンの配置を決定すると各列を通過するボールの落下分布が得られる. Akitaya 等はこのモデルにおいて一様分布の生成可能性問題について研究を行った. Akitaya 等の結果では4以下の整数 a において $(1/2^a)$ の一様落下分布を生成するピン配置が存在することを示した. また a が 5 以上の場合に同様に $(1/2^a)$ の一様落下分布を生成するようなピン配置が存在するかという問題を未解決な問題として提示した. 本論文では任意の定数 a に対して, $(1/2^a)$ の一様落下分布を生成するピン配置が存在することを示した. さらに変形に必要なピンの本数が $O(2^{3a})$ であることを示した. また, 落下確率分布 A と部分的な落下確率分布 B が与えられたとき, A から B への変形を行うピン配置が存在するかを判定する問題は NP 困難であることを示した.

論文審査結果の要旨

申請者は、局所的な相互作用系における効率的なアルゴリズムについて、分散計算と逐次計算の2つの観点から研究を行い、それらの結果を博士学位論文としてまとめている。局所的な相互作用系とは、局所的な変更を繰り返し行うことにより特定のタスクを達成するシステムである。

申請者の研究のひとつである分散計算における局所的な相互作用系については、局所的な通信のみを行い特定の問題を解くアルゴリズムとして広く研究されているものである。申請者は、分散グラフシステムにおける局所的な相互作用系の主要なモデルのひとつであるCONGESTモデルにおける最小全域木問題と最大マッチング問題の上下界について研究を行い、成果を得ている。具体的には(1)直径が3および4のグラフ、(2)ダブリングディメンションが制限されたグラフ、(3)クリーク幅が制限されたグラフ、以上3つのグラフモデルで上下界について研究を行った。その結果、直径3のグラフでは $O(\sqrt[4]{n})$ ラウンドで、直径4のグラフでは $O(\sqrt[3]{n})$ ラウンドで、ダブリングディメンションが x のグラフでは $O(D^x)$ (D は直径)ラウンドで最小全域木問題をCONGESTモデル上で解くアルゴリズムを提案した。さらに、最小全域木問題においてクリーク幅を6以下に制限してもCONGESTモデルにおいては一般のグラフの下界と同等であることを示した。また最大マッチング問題については $O(\sqrt{n})$ ラウンドで厳密な最大マッチングを解くCONGESTGモデル上のアルゴリズムを提案した。

申請者のもうひとつの研究課題である逐次計算での相互作用系における効率的なアルゴリズムについては、数理的にモデル化された一人用パズルに関して研究成果を得た。パズルに関する研究では、可解であることの判定や解を得るまでに必要なステップ数について注目される。申請者は三角格子平面上にピンが配置されたパチンコ台モデルを扱い、任意の定数 a に対して $(1/2^a)$ の一様落下分布を生成するピン配置が存在することを示した。また変形に必要なピンの本数が $O(2^{3a})$ であることを示した。これらに加え、さらに落下確率分布 A と部分的な落下確率分布 B が与えられたとき、 A から B への変形を行うピン配置が存在するかを判定する問題がNP困難であることを示した。

申請者は一貫して「局所的な相互作用系」を対象とした研究を行い、その過程で様々な理論的知識や成果を応用しあるいは新たな手法を生み出すことで、多くの未解決問題の解決や既存結果の改善を行っている。これらは申請者自身が第一著者として発表された論文以外にも、複数の共著論文の成果として表れている。

以上のように、申請者は逐次計算および分散計算分野において優れた成果を得て、それらを学術雑誌や国際会議に学術論文として発表、多くの口頭発表を行っている。これらは、質、量ともに顕著であり、申請者に博士の学位を授与するに足る成果であると判断する。